basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIOR SERTIFIKAAT/
NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V2

NOVEMBER 2020

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye en 2 inligtingsblaaie.

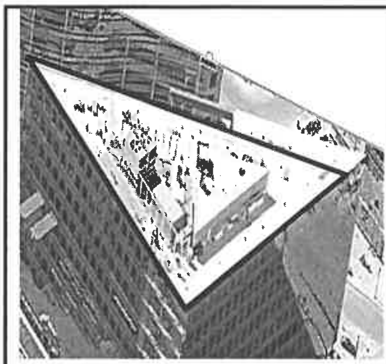
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

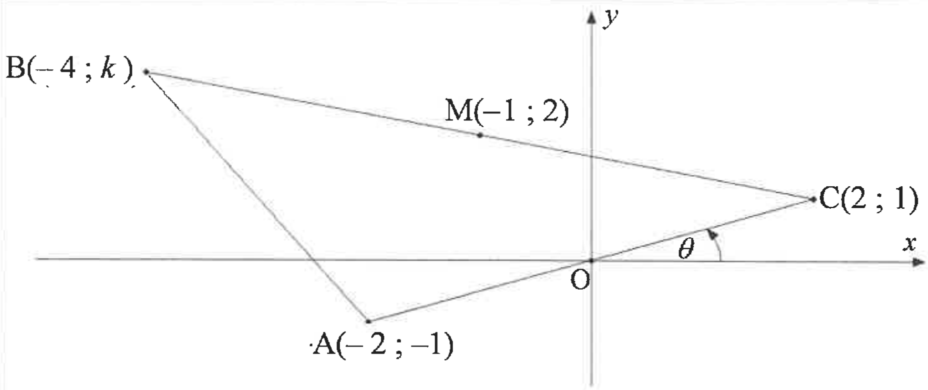
1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders genoem.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die prentjie hieronder toon die driehoekvormige dak van 'n gebou. Die diagram langs die prentjie stel die driehoekvormige dak in die Cartesiese vlak met oorsprong O voor.
In die diagram is A(–2 ; –1), B(– 4 ; k) en C(2 ; 1) die hoekpunte van ΔABC met M(–1 ; 2) die middelpunt van BC.
Die inklinasiehoek, θ, is die hoek tussen AC en die positiewe x-as.



PRENTJIE



DIAGRAM

1.1 Bepaal:

1.1.1 Die numeriese waarde van k (2)

1.1.2 Die gradiënt van AC (2)

1.1.3 Die grootte van θ (in grade) (2)

1.1.4 Die vergelyking van reguitlyn BC in die vorm $y = ...$ (3)

1.2 Indien O die middelpunt van AC is, gebruik analitiesemeetkunde-metodes om te toon dat:

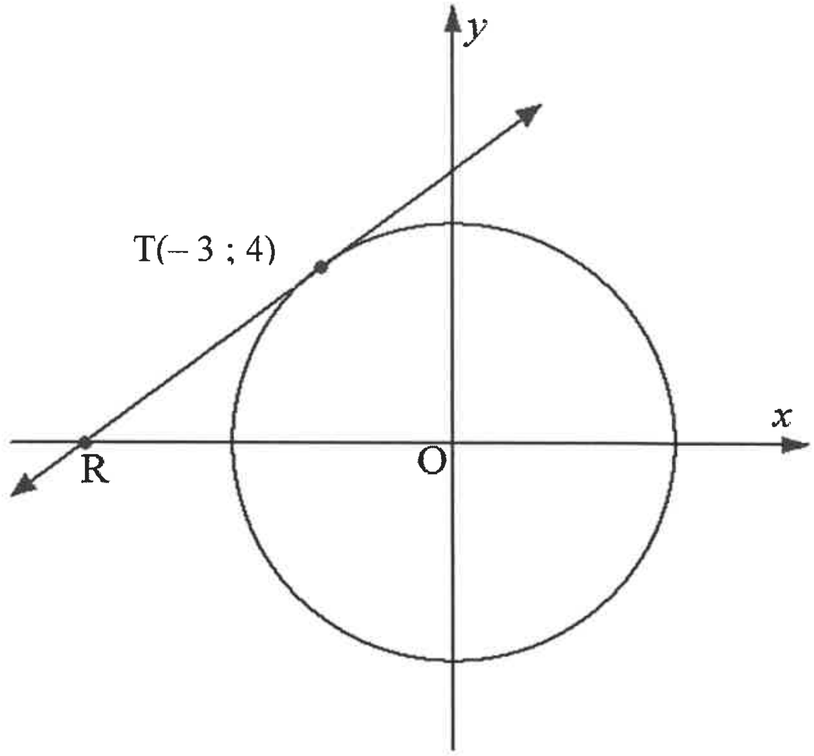
1.2.1 MO $\parallel$ BA (3)

1.2.2 $\text{MO} = \frac{1}{2}\text{BA}$ (3)

[15]

VRAAG 2

2.1 Die diagram hieronder toon 'n sirkel met middelpunt O by die oorsprong. Punt T(–3 ; 4) lê op die sirkel. Raaklyn RT aan die sirkel gaan deur T.



2.1.1 Bereken die lengte van die middellyn van die sirkel. (2)

2.1.2 Bewys, deur ALLE berekeninge te toon, dat die reguitlyn wat deur die vergelyking $4y - 3x - 25 = 0$ gedefinieer word en wat deur punt T gaan, die raaklyn aan die sirkel is. (5)

2.2 Gegee die ellips met die volgende eienskappe:

- Middelpunt by die oorsprong
- Afstand tussen die x-afsnitte is 12 eenhede
- Waardeversameling van $-3,5 \leq y \leq 3,5$

2.2.1 Skryf die vergelyking van die ellips in die vorm $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ neer. (1)

2.2.2 Skets die grafiek van die ellips. Toon duidelik die afsnitte met die asse. (3)

[11]

VRAAG 3

3.1 Indien $P = 146{,}31°$ en $Q = 91{,}58°$, bepaal die waarde van $\sqrt{\dfrac{2}{\tan(P+Q)}}$ (2)

3.2 Gegee: $\tan\beta = -\dfrac{2}{3}$ waar $\cos\beta > 0$ en $\sin\theta = \dfrac{5}{13}$ waar $\theta \in [90°\,;\,360°]$

Bepaal, met behulp van diagramme en SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik, die waarde van ELK van die volgende:

3.2.1 $2\cot\beta + 1$ (2)

3.2.2 $\sin\beta \cdot \sec\theta$ (6)

3.3 Gegee: $\sin A + 2\cos^2 A = 2$

3.3.1 Druk die vergelyking hierbo in vereenvoudigde vorm, in terme van $\sin A$, uit. (3)

3.3.2 Bepaal vervolgens, of andersins, die waarde(s) van A as:

$\sin A + 2\cos^2 A = 2$ vir $A \in [0°\,;\,180°)$ (5)

[18]

VRAAG 4

4.1 Vereenvoudig ELK van die volgende:

4.1.1 $1 - \cos^2(2\pi - \theta)$ (2)

4.1.2 $\cos\alpha(\cot\alpha + \tan\alpha)$ (4)

4.2 Bewys die volgende identiteit:

$$\frac{1}{\sin(180° + x)\cdot\sin(360° - x)} - \cot^2(180° - x) = 1$$ (5)

[11]

VRAAG 5

Gegee: Funksies f en g gedefinieer deur $f(x) = -\tan x$ en $g(x) = 2\sin x$ vir $0° \leq x \leq 180°$

5.1 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel. Dui duidelik AL die afsnitte met die asse, draaipunte, asimptote en eindpunte aan. (6)

5.2 Skryf neer:

5.2.1 Die waardeversameling (terrein) van f (1)

5.2.2 Die periode van g (1)

5.2.3 Die vergelyking van die asimptoot van h as $h(x) = f(x + 30°)$ (1)

5.3 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $f(x) \cdot g(x) < 0$ (2)

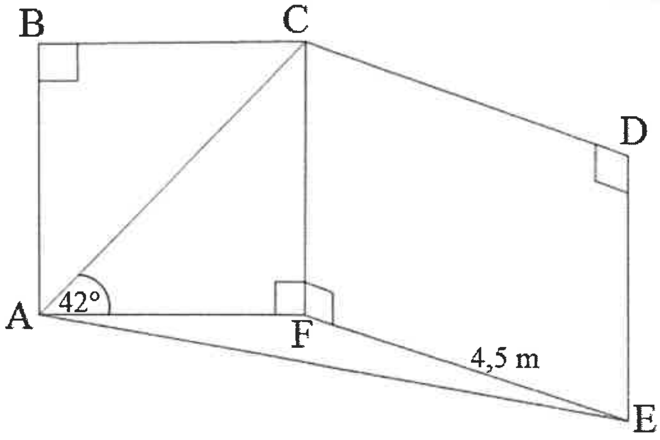
[11]

VRAAG 6

Die prentjie hieronder toon twee vertikale reghoekige mure wat nie loodreg aan mekaar is nie.
Die diagram langsaan stel die twee reghoekige mure, ABCF en CDEF, voor.
Punte A, F en E lê in dieselfde horisontale vlak en vorm 'n driehoekige gedeelte AFE van die vloer.

Verder, $F\hat{A}C = 42°$, FE = 4,5 m en $CF = \frac{2}{3}FE$

PRENTJIE VAN TWEE MURE



DIAGRAM

6.1 Skryf die lengte van CF neer. (1)

6.2 Bepaal, korrek tot EEN desimale plek:

6.2.1 Die lengte van AF (2)

6.2.2 Die grootte van $A\hat{F}E$ indien AE = 6 m (4)

6.2.3 Die oppervlakte van ΔAFE (3)

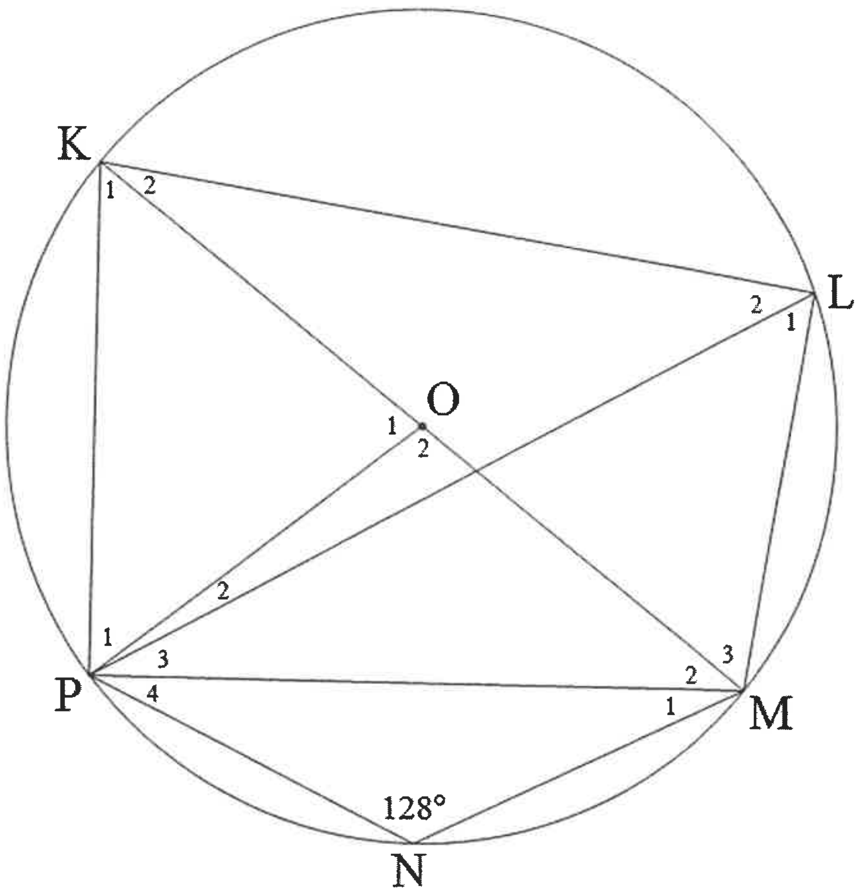
[10]

VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

Hoeke onderspan deur 'n koord van 'n sirkel, … , is gelyk aan mekaar. (1)

7.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel KLMNP.
KOM is 'n middellyn van die sirkel en koorde LP en PM word geteken.
$\hat{N} = 128°$



Bepaal, met redes, die grootte van ELK van die volgende hoeke:

7.2.1 $\hat{K}_1$ (2)

7.2.2 $\hat{L}_2$ (5)

7.2.3 $\hat{P}_2$ indien $\hat{P}_3 = 29°$ (2)
[10]

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

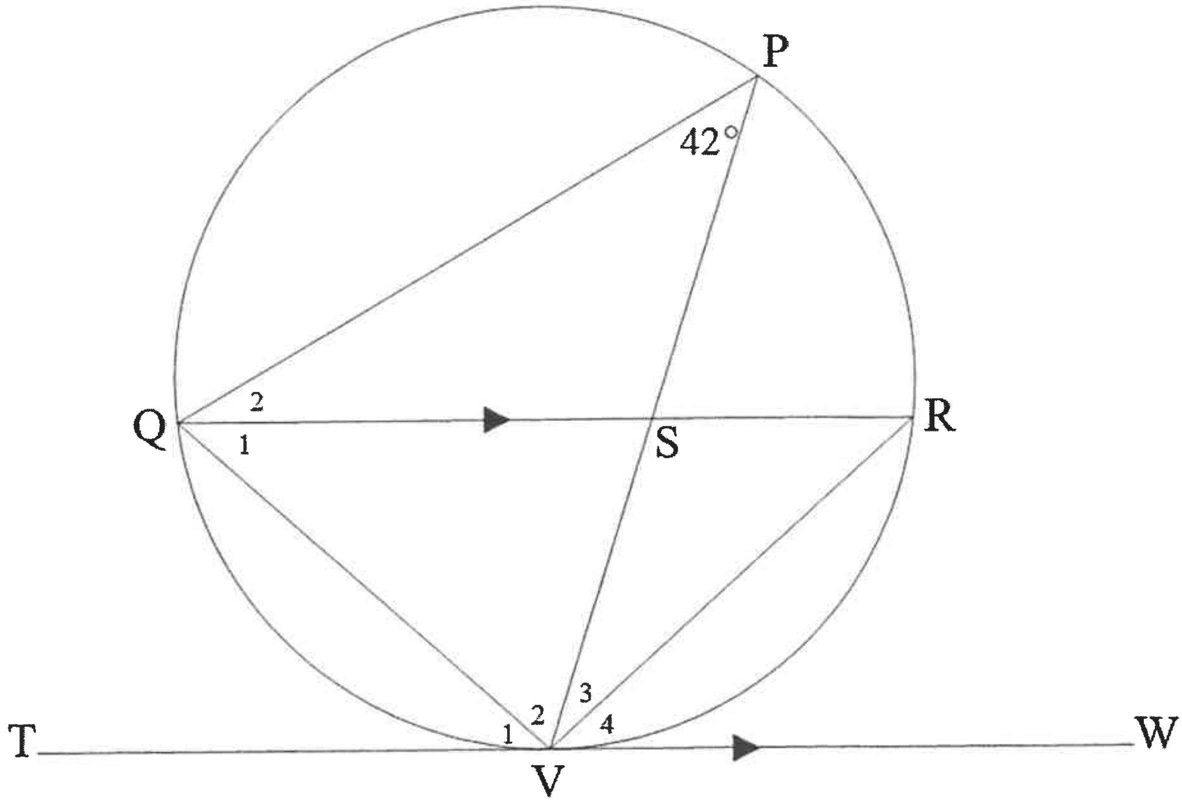
Die hoek tussen die raaklyn aan 'n sirkel en die koord getrek vanaf die raakpunt is gelyk aan … (1)

8.2 In die diagram hieronder is TVW die raaklyn aan sirkel PRVQ by V.

Koorde PV en QR sny by punt S.

TW || QR

$\hat{P} = 42°$



Bepaal, met redes:

8.2.1 VIER ander hoeke elk gelyk aan 42° (6)

8.2.2 Of QR 'n middellyn van die sirkel is (2)

8.2.3 Die grootte van $\hat{Q}_2$ indien $\hat{V}_2 = 67°$ (3)

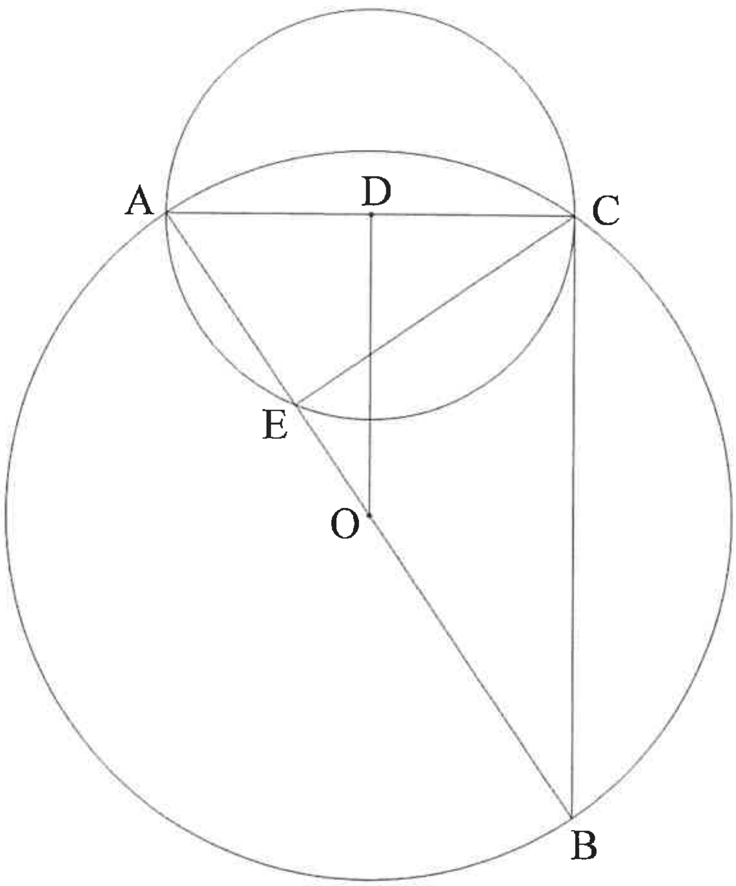
[12]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die volgende stelling:

Die loodregte halveerlyn van 'n koord van 'n sirkel gaan deur … (1)

9.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel ABC en D is die middelpunt van sirkel ACE.
AB en AC is die middellyne van die groter en kleiner sirkels onderskeidelik.
BC is die raaklyn aan die kleiner sirkel by C.
DO = 6 eenhede en AC = 8 eenhede.



9.2.1 Gee TWEE verskillende redes hoekom $A\hat{C}B = 90°$ (2)

9.2.2 Gee 'n rede hoekom DO || CB. (1)

9.2.3 Bepaal die lengte van middellyn AB. (4)

9.2.4 Bewys dat $\Delta ABC\ |||\ \Delta ACE$. (3)

9.2.5 Toon dat $AC^2 = AB \times AE$ (1)

9.2.6 Bepaal die lengte van AE. Los jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (3)

[15]

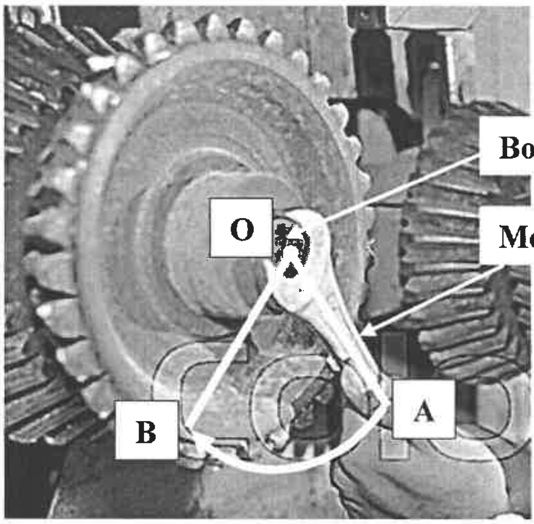
VRAAG 10

10.1 Die prentjie hieronder toon 'n moersleutel wat gebruik word om 'n bout vas te draai deur dit in 'n kloksgewyse rigting van punt A na punt B te roteer. Die diagram langs die prentjie stel die rotasie van die moersleutel voor. Punt O, die middelpunt van die bout, is ook die rotasiemiddelpunt van die moersleutel.

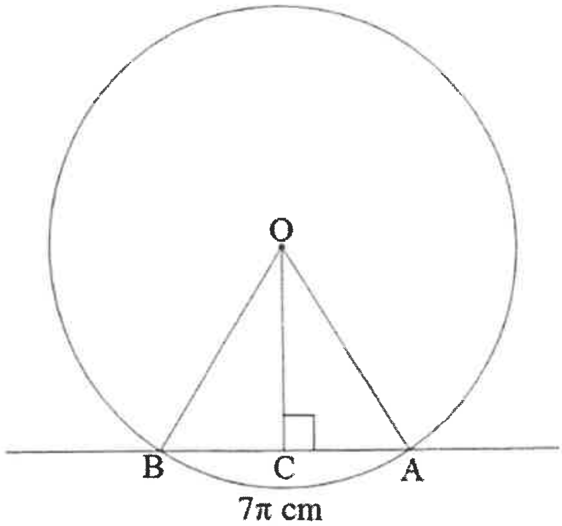
OA verteenwoordig die afstand van die middelpunt van die bout na die punt van die moersleutel.

Refleks- (Inspringende) hoek $\hat{AOB} = \frac{29}{18}\pi$ en $OC \perp BA$.

Booglengte van AB is 7π cm.



PRENTJIE



DIAGRAM

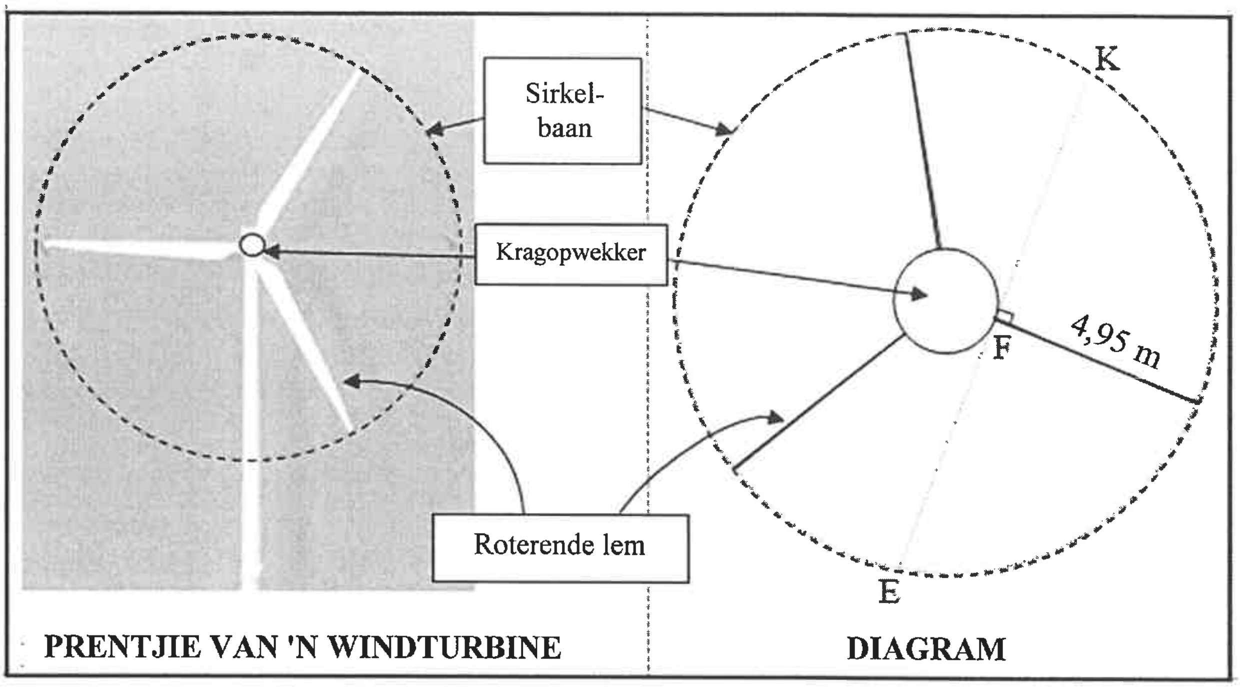
10.1.1 Skryf, in radiale, die grootte van skerphoek $\hat{AOB}$ neer. (1)

10.1.2 Herlei vervolgens die grootte van skerphoek $\hat{AOB}$ na grade. (2)

10.1.3 Bepaal die lengte van OA. (3)

10.1.4 Bereken die oppervlakte van hoofsektor AOB. (3)

10.2 Die prentjie hieronder toon 'n windturbine wat gebruik word om windkrag aan te wend om elektrisiteit op te wek.
Die diagram hieronder stel die roterende lemme voor. Die punte van die lemme vorm 'n sirkelbaan (rond) wanneer dit roteer. Die kleiner sirkel verteenwoordig die kragopwekker.
Die drie identiese roterende lemme het elk 'n lengte van 4,95 m (vanaf punt F na die punt van die lem).
$KE = 10,5$ m is 'n koord van die groter sirkel en ook 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by punt F.



Bereken:

10.2.1 Die lengte van die middellyn van die sirkelbaan wat deur die punte van die roterende lemme gevorm word (3)

10.2.2 Die getal omwentelinge per minuut as die omtreksnelheid van die punt van 'n roterende lem $6,61\pi$ meter per sekonde is (4)

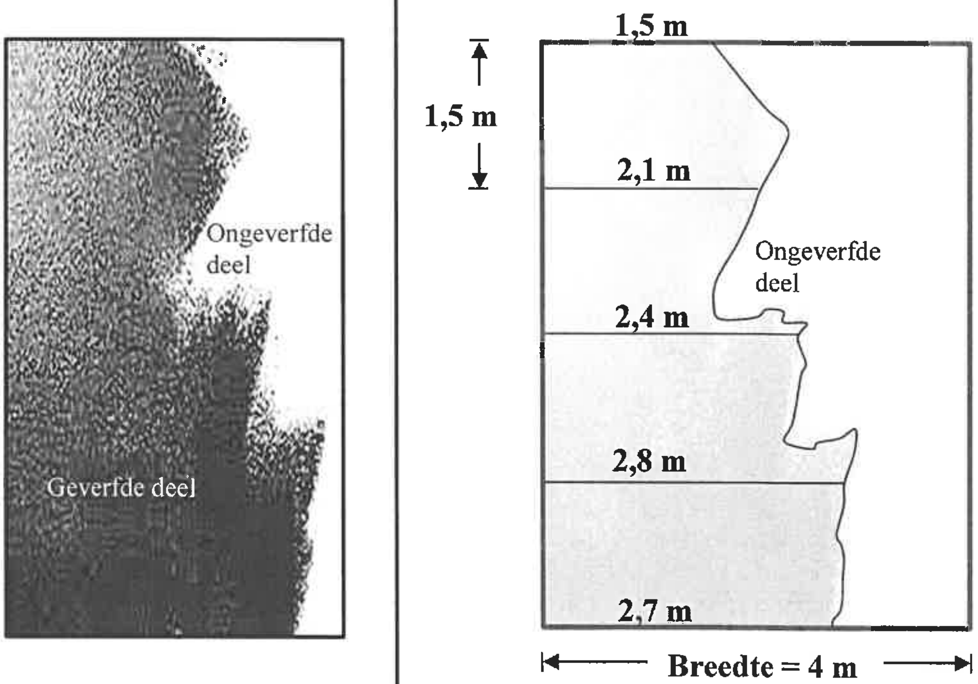
[16]

VRAAG 11

11.1 Die prentjie hieronder toon 'n gedeeltelik geverfde reghoekige muur wat 4 m breed is.
Die diagram hieronder stel die situasie hierbo voor.
Die hoogte van die ongeverfde deel van die muur word in vier gelyke dele verdeel wat elk 1,5 m lank is, soos in die diagram getoon.

Die ordinate van die dele is:

1,5 m; 2,1 m; 2,4 m; 2,8 m en 2,7 m



PRENTJIE VAN DIE MUUR **DIAGRAM**

Die volgende formule kan gebruik word:

Oppervlakte van 'n reghoek = lengte × breedte

11.1.1 Bepaal die hoogte van die muur. (1)

11.1.2 Bereken die geverfde deel van die muur deur die middelordinaatreël te gebruik. (4)

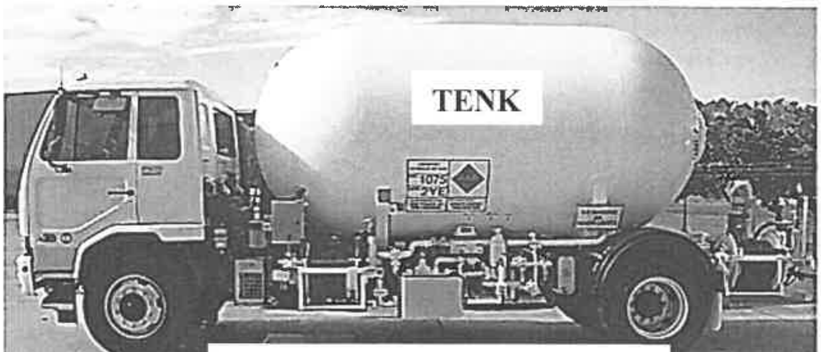
11.1.3 'n Een liter-blik verf, wat genoeg is om 'n oppervlakte van $3,26\ m^2$ te verf, kos R156,36.

Bepaal of die minimum koste van die verf benodig om die oorblywende deel van die muur te verf, meer as R600 sal wees.

LET WEL: Die verf word net in een liter-blikke verkoop. (6)

11.2 Die prentjie hieronder toon 'n trok wat gebruik word om vloeistof in 'n tenk te vervoer. Die vorm van die tenk bestaan uit 'n regte silindriese deel in die middel met hemisfere aan beide ente.

Die diagram hieronder toon die syaansig van die tenk wat 6 m lank is. Die silindriese deel van die tenk is 3 m lank en die lengte van die radius van beide die silindriese en hemisferiese dele van die tenk is aan 1,5 m gelyk.



PRENTJIE VAN DIE TROK

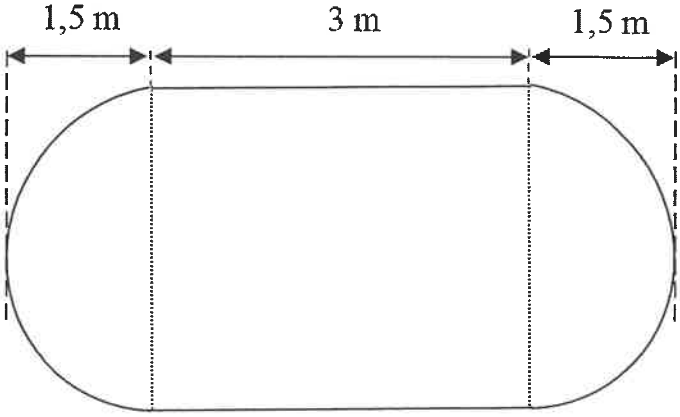


DIAGRAM: Syaansig van die tenk

Die volgende formules kan gebruik word:

Totale oppervlakte van 'n regte silinder $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$

Oppervlakte van reghoek = lengte × breedte

Volume van 'n regte silinder $= (\pi r^2) \times$ **hoogte**

Buite-oppervlakte van 'n sfeer $= 4\pi r^2$

Volume van 'n sfeer $= \frac{4}{3}\pi r^3$

11.2.1 Bereken die totale buite-oppervlakte van die tenk. (5)

11.2.2 'n Regte silindriese tenk het dieselfde volume en dieselfde radius as die tenk van die trok. Toon of die hoogte van hierdie regte silindriese tenk meer as drie keer die radius daarvan is. (5)

[21]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \,, \qquad a > 0,\ a \neq 1\ en\ b > 0$$

$$A = P(1+ni) \qquad A = P(1-ni) \qquad A = P(1-i)^n \qquad A = P(1+i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad , \ n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \qquad x > 0 \qquad\qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad , \ a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \tan\theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Oppervlakte van $\Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad \cot^2\theta + 1 = \mathrm{cosec}^2\theta$$

$\pi rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n = 360°n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi Dn$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

$s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $\frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius, s = booglengte en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n)$ waar a = gelyke dele, $m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$ en n = aantal ordinate

OF

$A_T = a\left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + ... + o_{n-1}\right)$ waar a = gelyke dele, $o_i = i^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate