basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIOR SERTIFIKAAT/
NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

SEPTEMBER 2021(2)

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

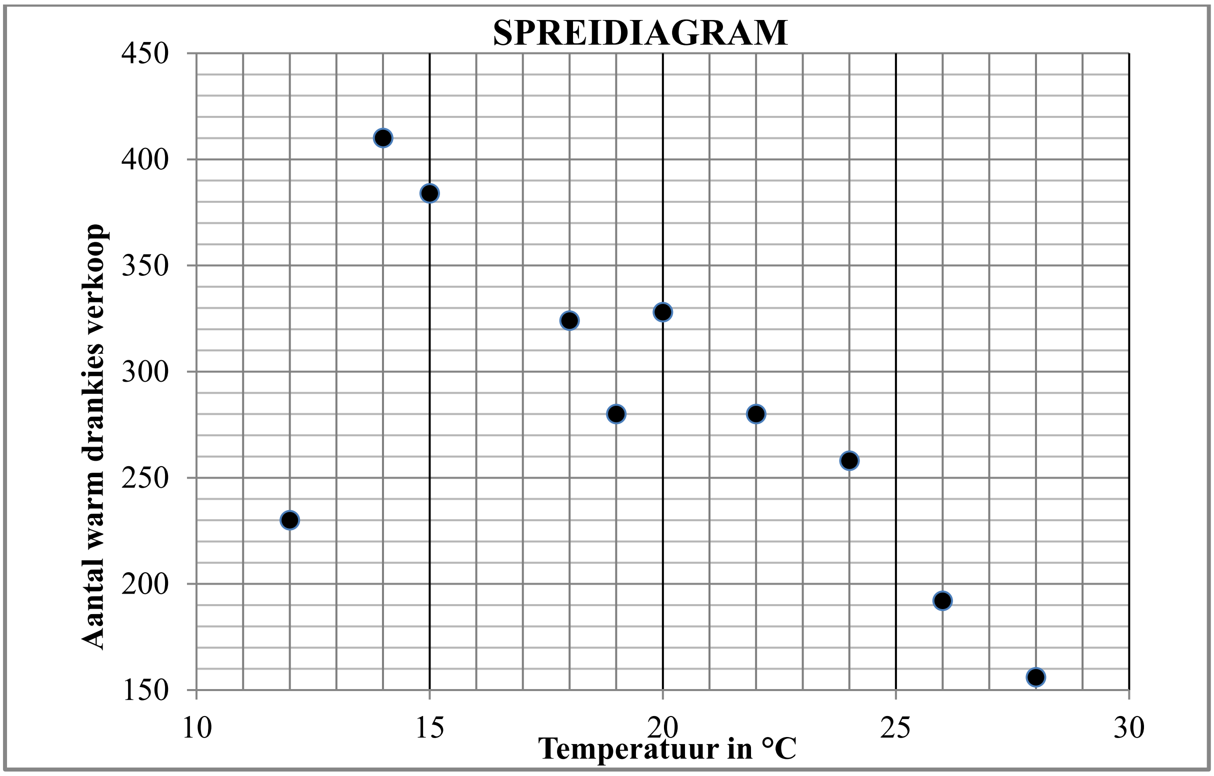
Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders gemeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

'n Jaarlikse sportfees word oor 'n tydperk van 11 dae aangebied. 'n Snoepwinkel verkoop warm drankies by hierdie fees. Op elk van die eerste 10 dae het die eienaar van die snoepwinkel die temperatuur teen 13:00 en die aantal koppies warm drankies verkoop, aangeteken. Hierdie inligting word in die tabel en spreidiagram hieronder voorgestel.

Temperatuur (in °C)	14	24	26	18	20	28	22	15	12	19
Aantal warm drankies verkoop	410	258	192	324	328	156	280	384	230	280



1.1 Beskryf die neiging van die data. (1)

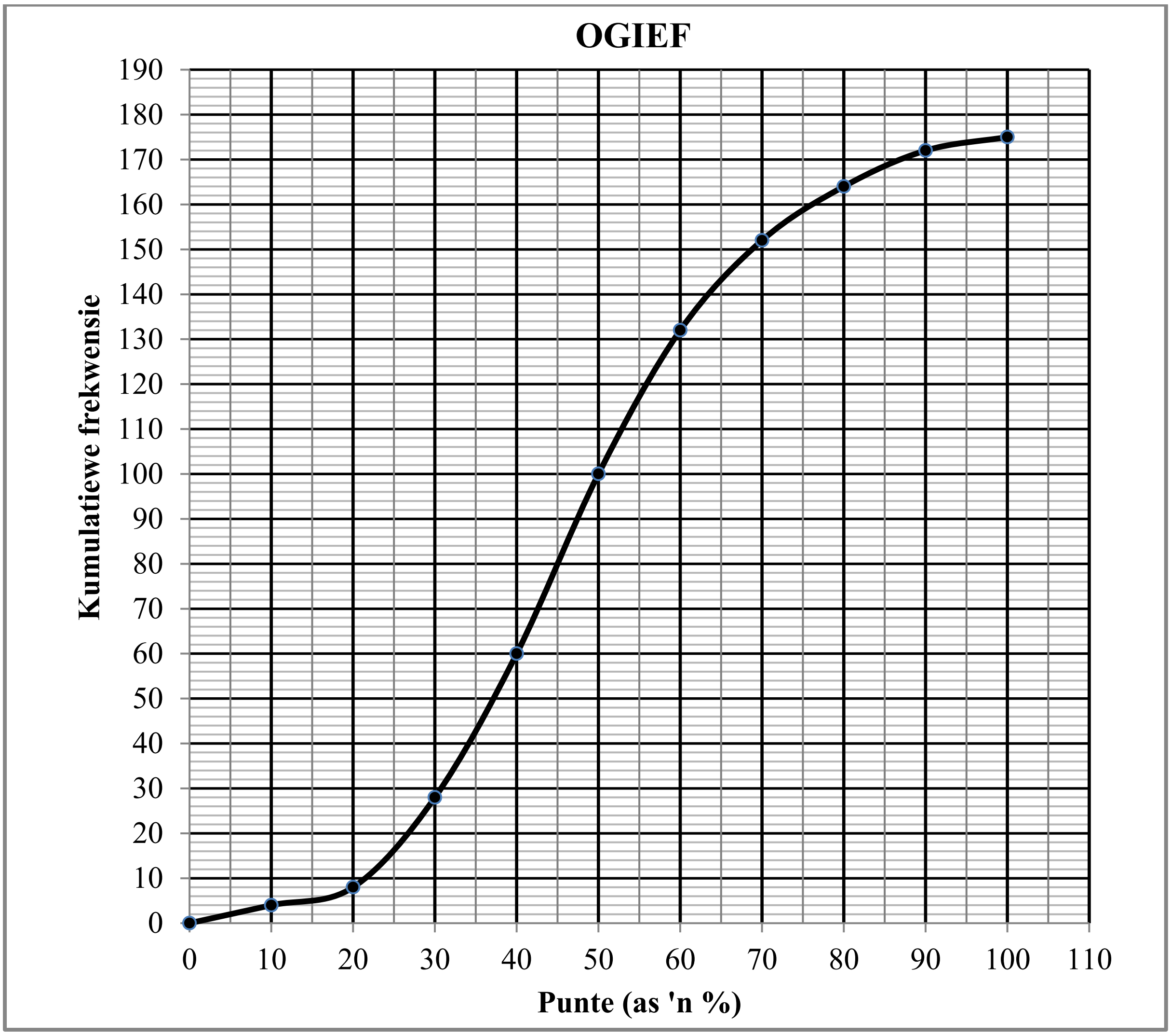
1.2 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)

1.3 Die eienaar het waargeneem dat hy een liter melk gebruik het vir elke 8 koppies warm drankies wat verkoop is. As die verwagte temperatuur teen 13:00 op die 11de dag 17 °C is, voorspel hoeveel 1 liter-houers melk die eienaar vir die 11de dag moet koop. (3)

1.4 Identifiseer 'n uitskieter in die data. (1)
[8]

VRAAG 2

2.1 Leerders van verskillende skole het 'n aanlegtoets geskryf om vir 'n beurs te kwalifiseer. Hulle punte (as 'n persentasie) word in die ogief (kumulatiewe frekwensiegrafiek) hieronder voorgestel.



2.1.1 Hoeveel leerders het die toets geskryf? (1)

2.1.2 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

2.1.3 Die minimum punt om vir 'n beurs te kwalifiseer, is 75%. Hoeveel leerders het vir 'n beurs gekwalifiseer? (2)

2.2 Die tabel hieronder toon die punte wat 15 leerders van een spesifieke skool in die aanlegtoets behaal het.

Punte (as 'n %)	62	58	78	85	74	48	74	84	100	46	80	92	60	90	92

Bereken die:

2.2.1 Gemiddelde punt wat deur hierdie leerders behaal is (2)

2.2.2 Standaardafwyking van hierdie leerders se punte (1)

2.2.3 Getal van hierdie leerders wie se punte meer as een standaardafwyking bokant die gemiddelde lê (2)

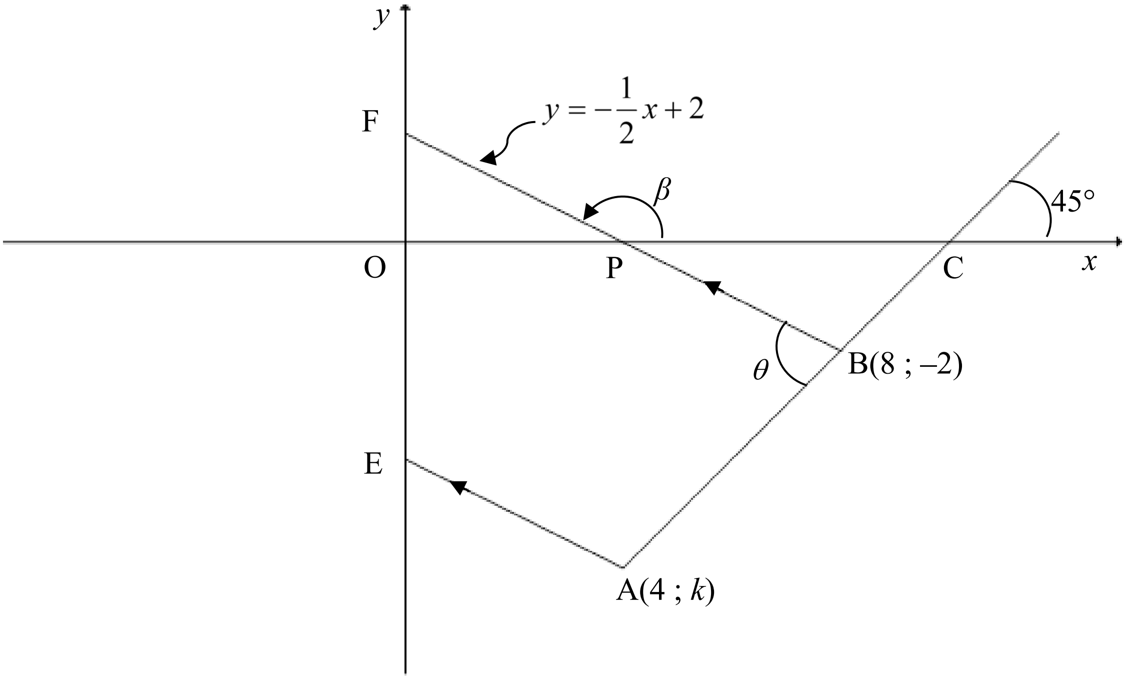
2.3 Die finale graad 11-punte (as 'n persentasie) wat 'n groep leerders behaal het, is ontleed. Die een standaardafwyking-interval rondom die gemiddelde is as $(82,7\ ;\ 94,1)$ bereken.

Bereken die standaardafwyking vir die finale graad 11-punte. (3)

[12]

VRAAG 3

In die diagram hieronder is die lyn BF vanaf punt B(8 ; –2) getrek om die x-as by P en die y-as by F te sny. Die inklinasie van BF is β en die vergelyking van BF is $y=-\frac{1}{2}x+2$. Vanaf A(4 ; k) is nog 'n lyn ewewydig aan BF getrek en sny die y-as by E. Die lyn wat deur punte A en B gaan, het 'n inklinasie van 45° en sny die x-as by C. $\hat{ABF}=\theta$.



3.1 Bereken die gradiënt van AB. (1)

3.2 Toon dat die waarde van k aan –6 gelyk is. (2)

3.3 Bepaal die vergelyking van EA in die vorm $y=mx+c$. (3)

3.4 Bereken die:

3.4.1 Grootte van θ (3)

3.4.2 Lengte van BF (3)

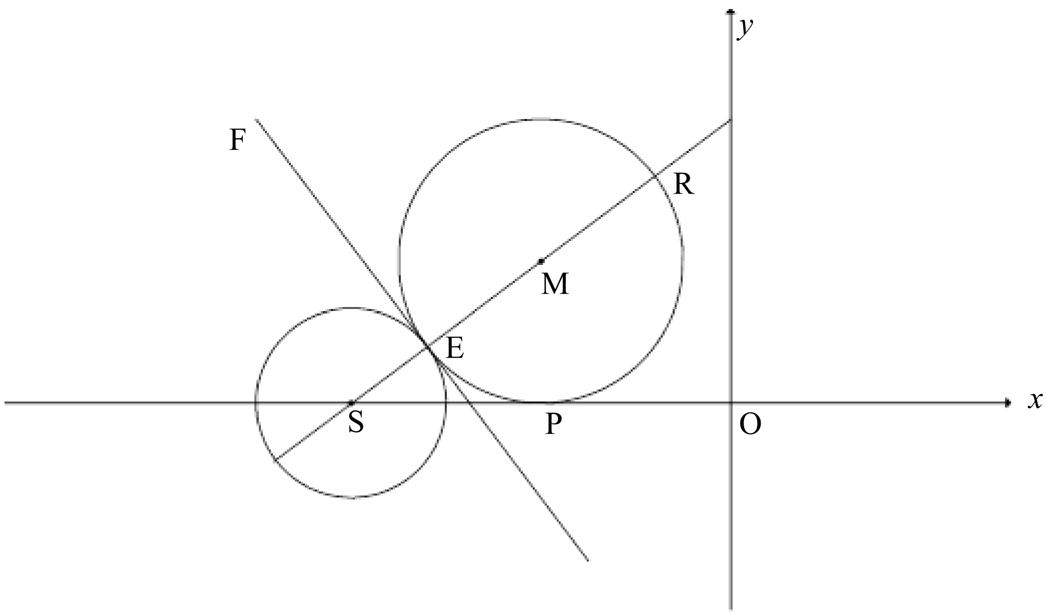
3.4.3 Oppervlakte van ΔABF (4)

3.5 Laat G 'n punt in die vierde kwadrant wees, sodanig dat APBG 'n parallelogram is. Bereken die grootte van $\hat{PAG}$. (4)

[20]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is S 'n punt op die x-as. 'n Sirkel met middelpunt S en 'n sirkel met middelpunt M is geteken. Die twee sirkels raak mekaar uitwendig by E. FE is 'n gemeenskaplike raaklyn aan die sirkels by E. Die sirkel met middelpunt M, met ER as 'n middellyn, raak die x-as by P.



4.1 Die vergelyking van die sirkel met middelpunt S is $(x+8)^2 + y^2 = 4$.

4.1.1 Skryf die koördinate van S neer. (2)

4.1.2 Toon dat die middellyn van die sirkel met middelpunt S, 4 eenhede is. (1)

4.2 Indien dit verder gegee word dat SR = 8 eenhede en $R\left(-\frac{8}{5}; \frac{24}{5}\right)$, bereken die:

4.2.1 Lengte van EM (2)

4.2.2 Gradiënt van die raaklyn FE (3)

4.2.3 Koördinate van M (4)

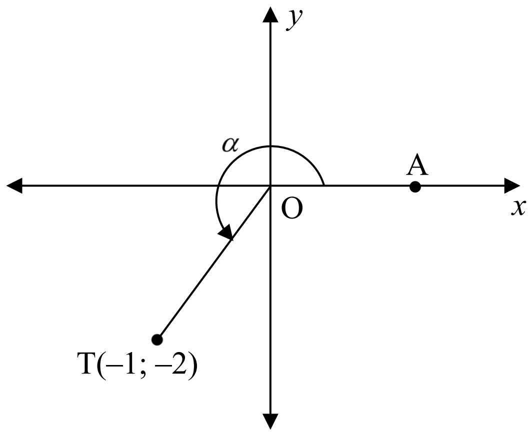
4.2.4 Koördinate van E (2)

4.3 Die sirkel met middelpunt M(–4 ; 3) word 1 eenheid na links geskuif en in die x-as gereflekteer om 'n nuwe sirkel met middelpunt K te vorm. Bepaal of die punt (–8 ; 0) binne of buite die sirkel met middelpunt K lê. Toon ALLE berekeninge. (5)

[19]

VRAAG 5

5.1 Punt $T(-1; -2)$ word in die diagram hieronder gegee. A is 'n punt op die x-as sodanig dat refleks- (inspringende) $A\hat{O}T = \alpha$.



Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van elk van die volgende:

5.1.1 $\tan\alpha$ (1)

5.1.2 $\cos\alpha$ (2)

5.1.3 $\cos(\alpha + 45°)$ in eenvoudigste vorm (4)

5.2 Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van die volgende uitdrukking:

$2\sin(-20°).\sin 160° - \cos 40°$ (4)

5.3 Beskou: $3\cos x.\sin x + \tan x.\cos^2(180° - x)$

5.3.1 Vereenvoudig die uitdrukking tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (4)

5.3.2 Skryf vervolgens die waardeversameling neer van:

$f(x) = 3\cos x.\sin x + \tan x.\cos^2(180° - x)$ (2)

5.4 Bewys die identiteit: $\dfrac{\cos 3x}{\cos x} = 4\cos^2 x - 3$ (5)

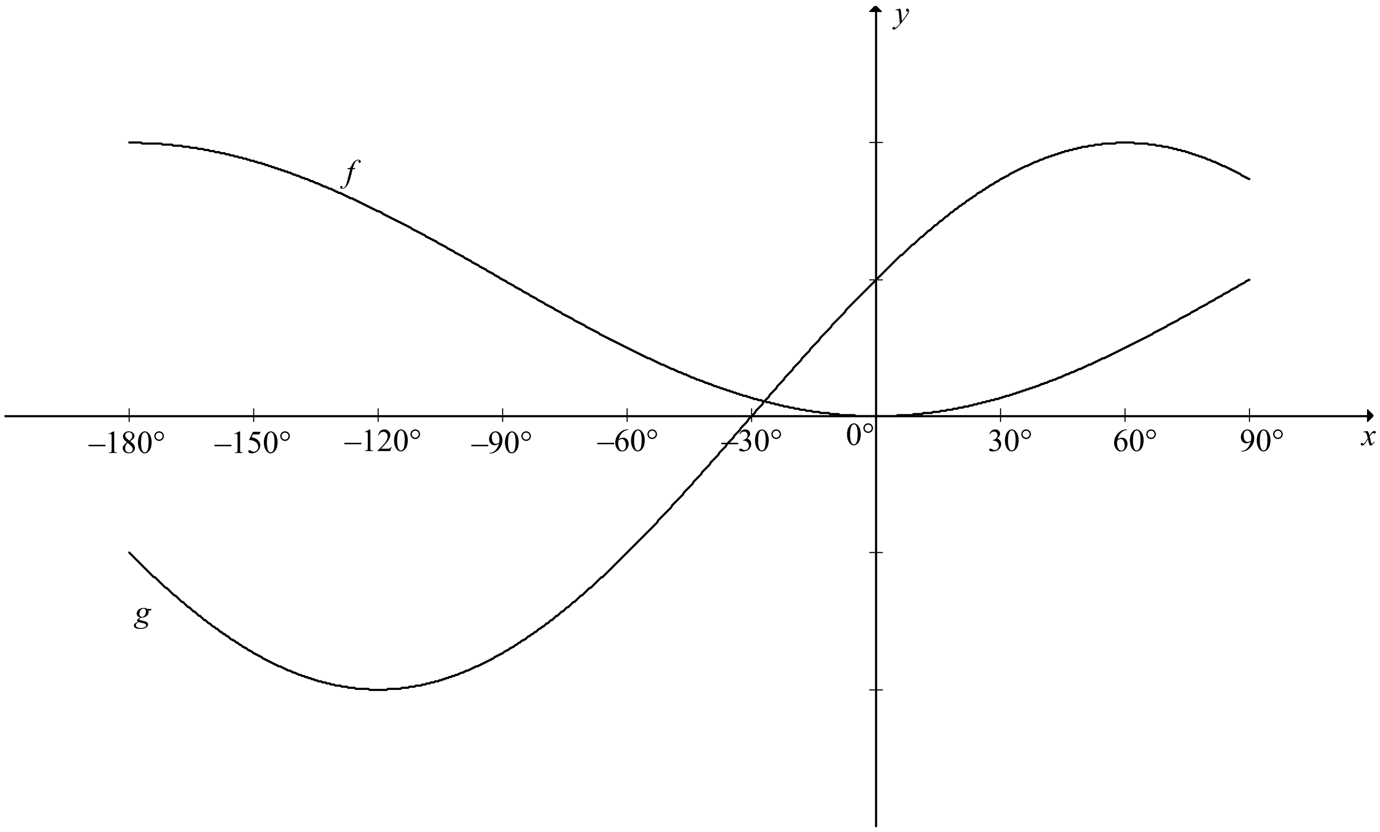
5.5 Bepaal die algemene oplossing van x in die volgende vergelyking:

$3^{2\tan x} - 3^{\tan x + 1} = 54$ (5)

[27]

VRAAG 6

In die diagram is die grafieke van $f(x) = -\cos x + 1$ en $g(x) = 2\sin(x + 30°)$ vir die interval $x \in [-180°; 90°]$ geskets.



6.1 Vir watter waardes van x, $x \in [-180° ; 90°]$, is:

6.1.1 $f(x).g(x) \geq 0$ (2)

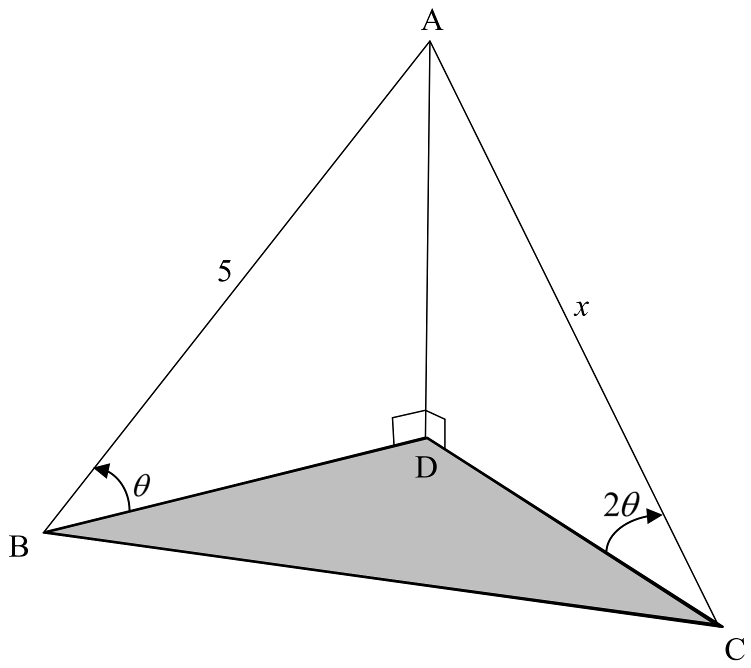
6.1.2 $g(x) = -1$ (2)

6.2 Die y-as word $90°$ na regs geskuif. Bepaal die nuwe vergelyking van die grafiek oorspronklik f genoem, in die eenvoudigste vorm. (2)

[6]

VRAAG 7

In die diagram is B, C en D op dieselfde horisontale vlak. AD is 'n vertikale paal wat deur twee kabels, AB en AC, geanker word. Die hoogtehoeke vanaf B en C na A, die bopunt van die paal, is onderskeidelik θ en 2θ. $AB = 5$ eenhede en $AC = x$ eenhede.

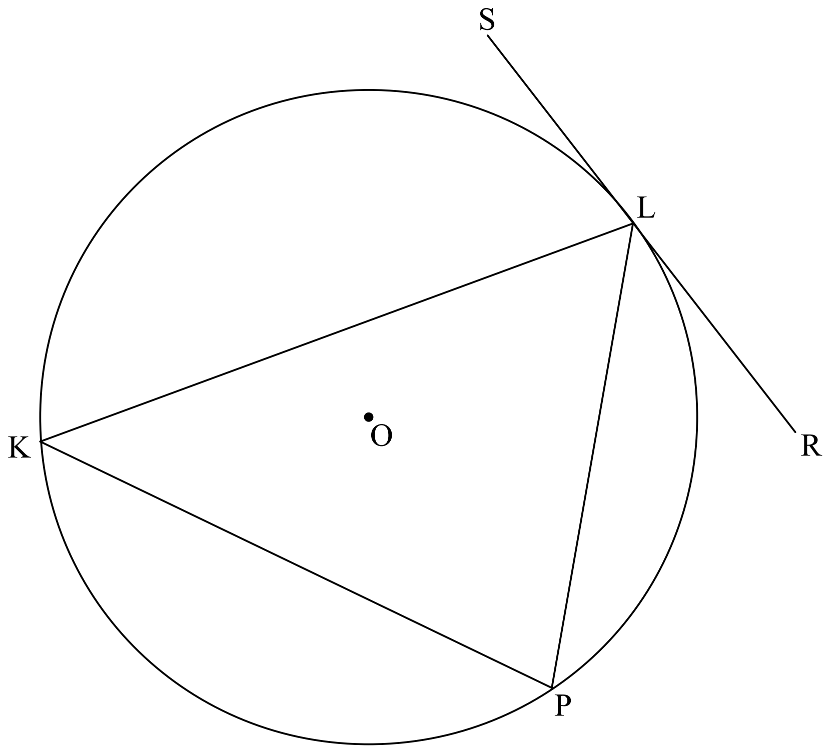


7.1 Toon dat $x = \dfrac{5}{2\cos\theta}$ (5)

7.2 Bereken die lengte van BC as dit gegee word dat $B\hat{A}C = 112°$ en $\theta = 30°$. (3)
[8]

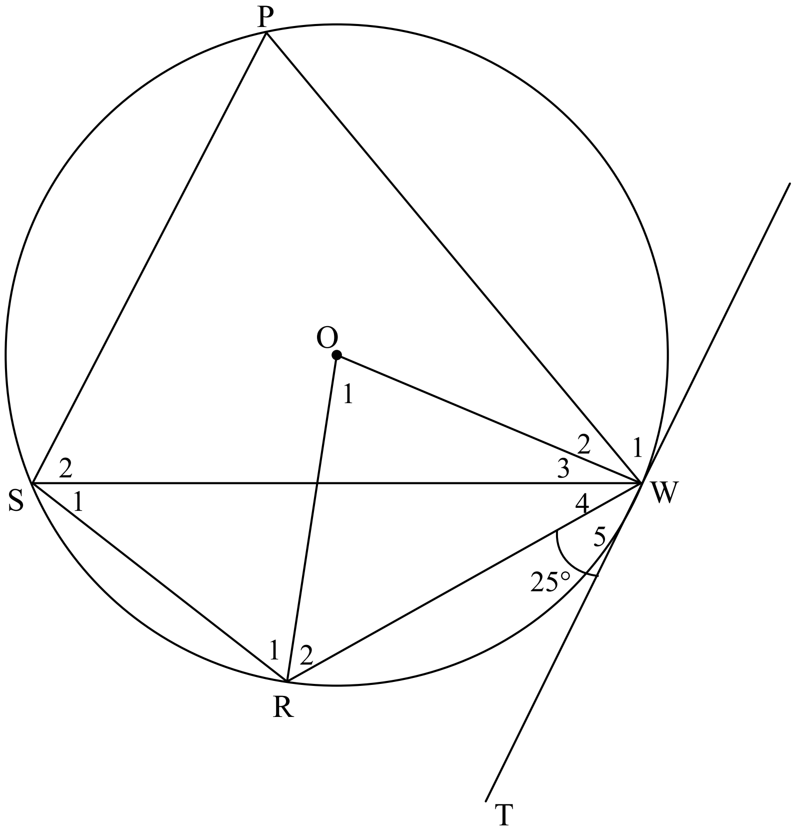
VRAAG 8

8.1 In die diagram is koorde KL, LP en KP in 'n sirkel getrek, met O die middelpunt van die sirkel. SLR is 'n raaklyn aan die sirkel by L.



Bewys die stelling wat beweer dat die hoek tussen die raaklyn SLR en koord KL gelyk is aan die hoek in die teenoorstaande segment, met ander woorde bewys dat $S\hat{L}K = \hat{P}$. (6)

8.2 In die diagram hieronder is PWRS 'n koordevierhoek in die sirkel met middelpunt O. ΔPSW is 'n gelyksydige driehoek. TW is 'n raaklyn aan die sirkel by W. Radiusse OR en OW is getrek. $\hat{W}_5 = 25°$.



8.2.1 Bepaal, met redes, die grootte van:

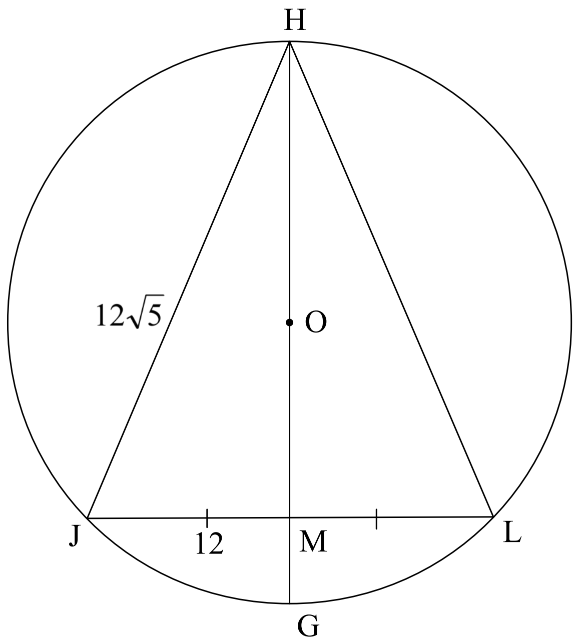
(a) $\hat{S}_1$ (2)

(b) $\hat{O}_1$ (2)

(c) $\hat{R}_1$ (5)

8.2.2 Bewys dat SP || TW. (3)

8.3 In die diagram hieronder is 'n sirkel met middelpunt O getrek. H, J, G en L is punte op die sirkel. ΔHJL is getrek. HOG halveer JL by M.
$HJ = 12\sqrt{5}$ eenhede en $JM = 12$ eenhede.

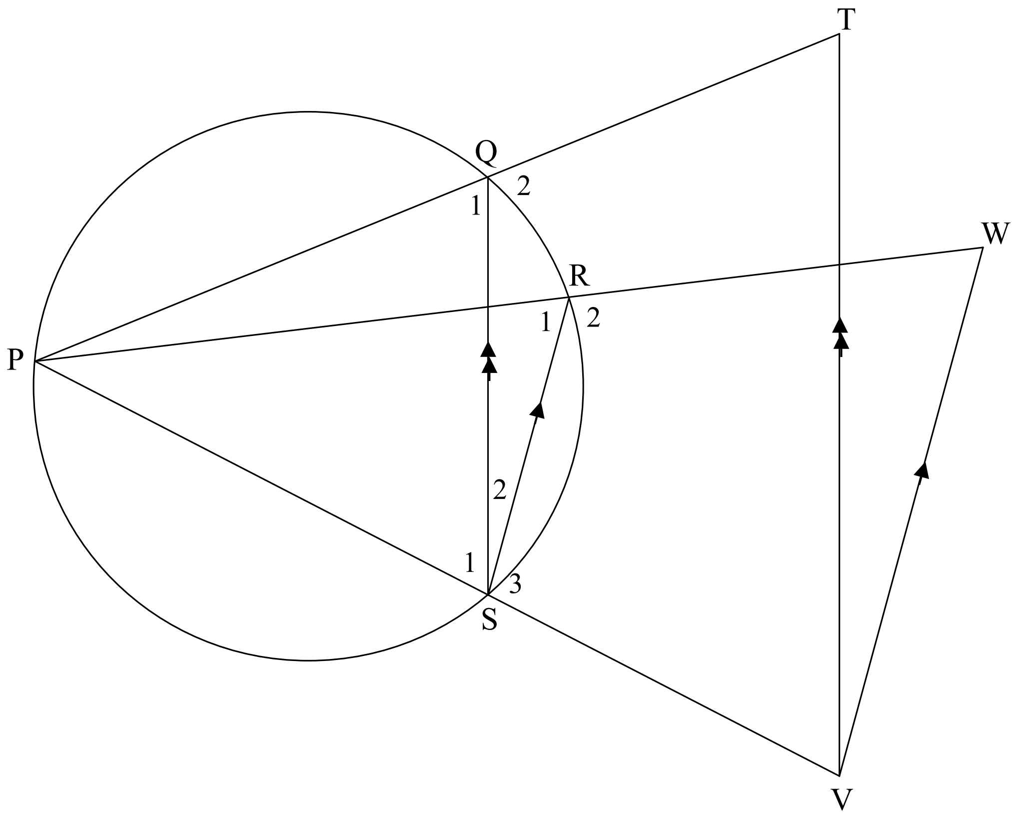


8.3.1 As $MG = 6$ eenhede en $OM = x$, skryf HM in terme van x. (2)

8.3.2 Bereken, met redes, die lengte van die radius van die sirkel. (5)
[25]

VRAAG 9

In die diagram hieronder is P, Q, R en S punte op 'n sirkel. PS, PQ en PR is onderskeidelik na V, T en W verleng. VT || SQ en SR || VW.



Bewys, met redes, dat:

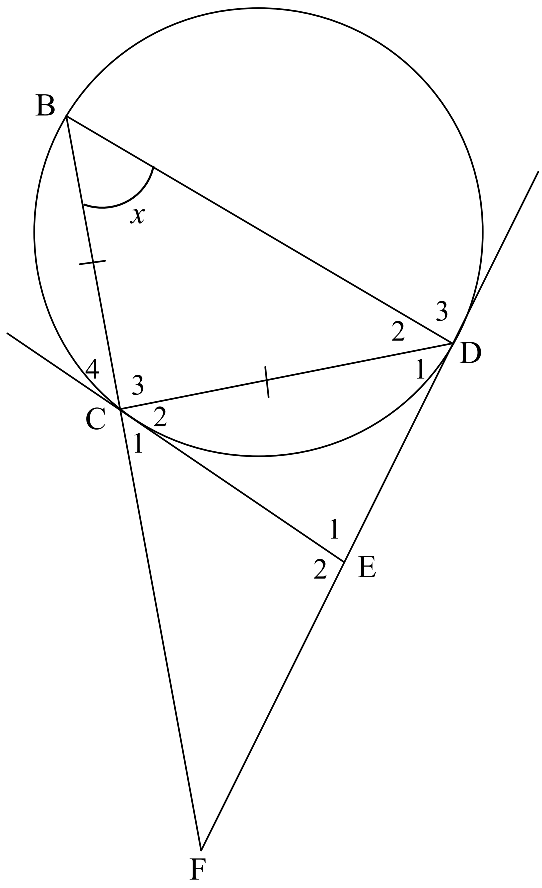
9.1 $\frac{TQ}{QP} = \frac{WR}{RP}$ (3)

9.2 TPVW 'n koordevierhoek is (5)

[8]

VRAAG 10

In die diagram hieronder is B, C en D punte op 'n sirkel sodanig dat BC = CD. EC en ED is raaklyne aan die sirkel by C en D onderskeidelik. BC verleng, ontmoet raaklyn DE verleng by F. $\hat{B} = x$.



10.1 Bewys, met redes, dat:

10.1.1 $\hat{E}_1 = 180° - 2x$ (5)

10.1.2 $\Delta ECD \parallel\!| \Delta CBD$ (3)

10.2 Bewys, met redes, dat:

10.2.1 $CD^2 = CE.BD$ (3)

10.2.2 $\dfrac{CF^2}{EF^2} = \dfrac{BD}{DE}$ (6)

[17]

TOTAAL: 150

a

EASTERN CAPE

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}\ ;\ r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1 - r}\ ;\ -1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\ ;\frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m\left(x - x_1\right)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$\left(x - a\right)^2 + \left(y - b\right)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

area $\Delta\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad \mathrm{P(A\ of\ B)} = \mathrm{P(A)} + \mathrm{P(B)} - \mathrm{P(A\ en\ B)}$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum\left(x - \bar{x}\right)\left(y - \bar{y}\right)}{\sum\left(x - \bar{x}\right)^2}$