



# basic education

---

Department:  
Basic Education  
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

## **SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN/ NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN**

**TEGNIесе WISKUNDE V2**

**2021**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye en 2 inligtingsblaaie.**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

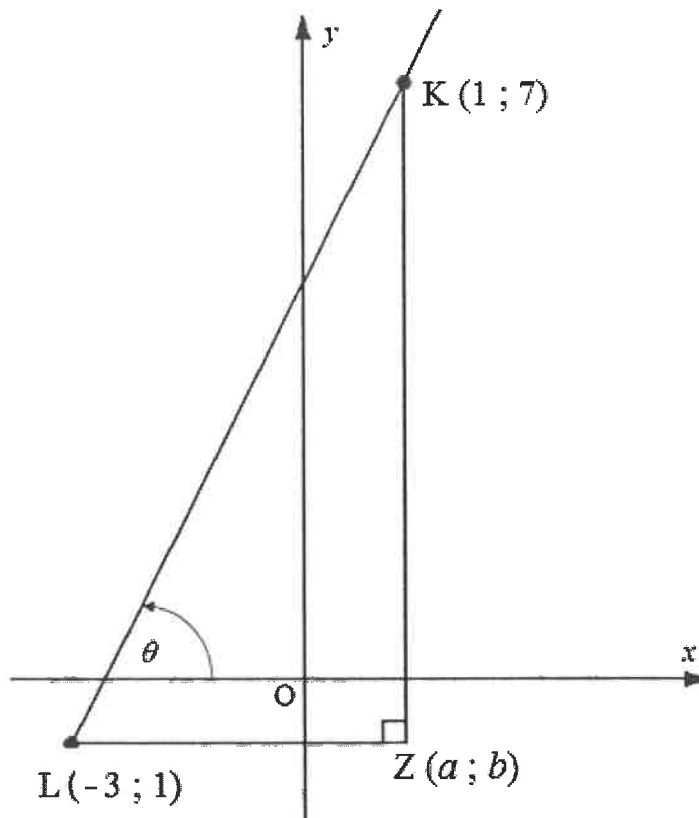
1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders genoem.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

Die diagram hieronder toon 'n syaansig van 'n skuins leer KL teen 'n vertikale muur KZ. K, L en Z lê op dieselfde vertikale vlak.

Die hoekpunte van die reghoekige driehoek is  $K(1; 7)$ ,  $L(-3; -1)$  en  $Z(a; b)$ .

Die hoek gevorm deur KL en die  $x$ -as is  $\theta$ .



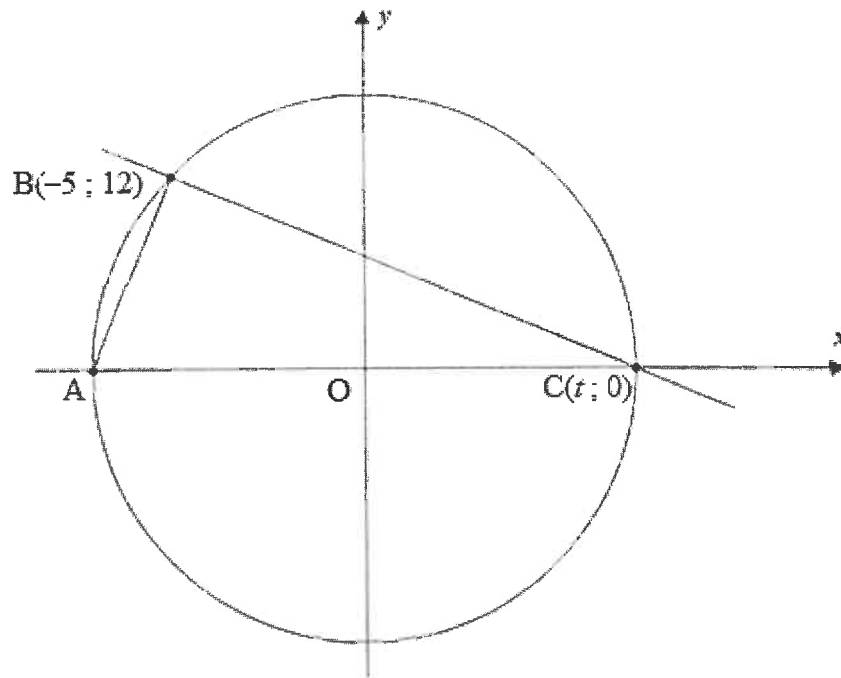
Bepaal:

- 1.1 Die numeriese waardes van  $a$  en  $b$  (2)
- 1.2 Die lengte van KL (2)
- 1.3 Die koördinate van die middelpunt van KL (2)
- 1.4 Die gradiënt van KL (2)
- 1.5 Die grootte van  $\theta$  (afgerond tot EEN desimale plek) (2)
- 1.6 Die vergelyking van die reguitlyn parallel aan KL en wat deur die punt  $(-5; 1)$  gaan.  
Skryf die vergelyking in die formaat  $y = \dots$  (3)
- 1.7 Of punt  $(-4; -2)$  op reguitlyn parallel aan KL lê (2)

[15]

**VRAAG 2**

- 2.1 In die diagram hieronder lê A, B(-5; 12) en C(t; 0) op die sirkel met middelpunt O by die oorsprong. 'n Lyn word getrek om deur die sirkel by B en C te sny.  
A is op die x-as en AB is getrek.



Bepaal:

- 2.1.1 Die vergelyking van die sirkel (2)
- 2.1.2 Die numeriese waarde van  $t$  (1)
- 2.1.3 Die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by B in die formaat  $y = \dots$  (4)
- 2.2 Teken, op die rooster in die ANTWOORDEBOEK verskaf, die grafiek gedefinieer deur:

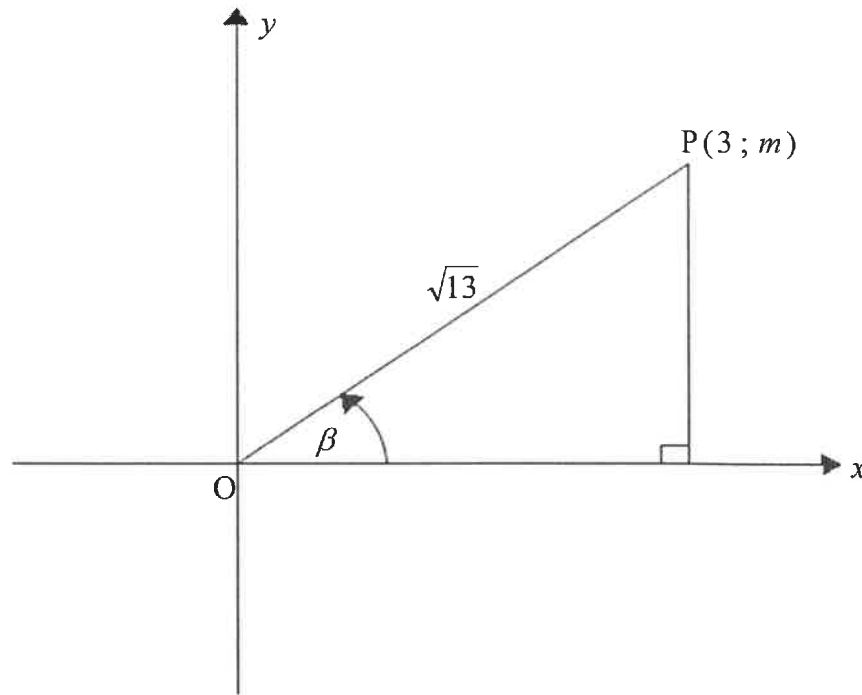
$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{35} = 1$$

Toon duidelik AL die afsnitte met die asse. (3)

[10]

**VRAAG 3**

- 3.1 In die diagram hieronder is  $P(3; m)$  'n punt op 'n Kartesiese vlak met  $OP = \sqrt{13}$   $\beta$  is 'n skerphoek.



Bepaal, SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar, die numeriese waarde van:

- 3.1.1  $m$  (1)
- 3.1.2  $\sec^2 \beta + \tan^2 \beta$  (4)
- 3.2 Indien  $\cos \theta = \frac{1}{2}$  waar  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  en  $\tan \alpha = -1$  waar  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

Bereken:

- 3.2.1 Die grootte van  $\theta$  (1)
- 3.2.2 Die grootte van  $\alpha$  (3)
- 3.2.3 Die waarde van  $\cos(\alpha - \theta)$  (2)
- 3.3 Los op vir  $x$ :

$$2 \tan x + 0,924 = 0 \text{ vir } x \in [0^\circ; 360^\circ] \quad (4)$$

[15]

**VRAAG 4**

Vereenvoudig die volgende tot 'n enkele trigonometriese verhouding:

$$4.1 \quad \cos \theta (\tan \theta + \cot \theta) \quad (5)$$

$$4.2 \quad \frac{\sin^2(180^\circ + B) \cdot \operatorname{cosec}(\pi - B)}{\sec(2\pi - B) \cdot \cos(180^\circ - B)} \quad (7)$$

[12]

**VRAAG 5**

Gegee:  $f(x) = \tan x$  en  $g(x) = \cos(x - 45^\circ)$  vir  $x \in [0^\circ; 360^\circ]$

5.1 Teken sketsgrafieke van  $f$  en  $g$  op dieselfde assestelsel op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is. Dui duidelik ALLE draaipunte, eindpunte, asimptote en afsnitte met die asse aan. (8)

5.2 Gebruik jou grafieke om die waarde(s) van  $x$  neer te skryf waarvoor:

$$5.2.1 \quad f \text{ ongedefinieerd is} \quad (2)$$

$$5.2.2 \quad f(x) \cdot g(x) \leq 0 \text{ waar } x \in [90^\circ; 180^\circ] \quad (2)$$

[12]

**VRAAG 6**

Die diagram hieronder toon plaasgrond in die formaat van 'n koordevierhoek PQRS.  
Die grond het die volgende afmetings:

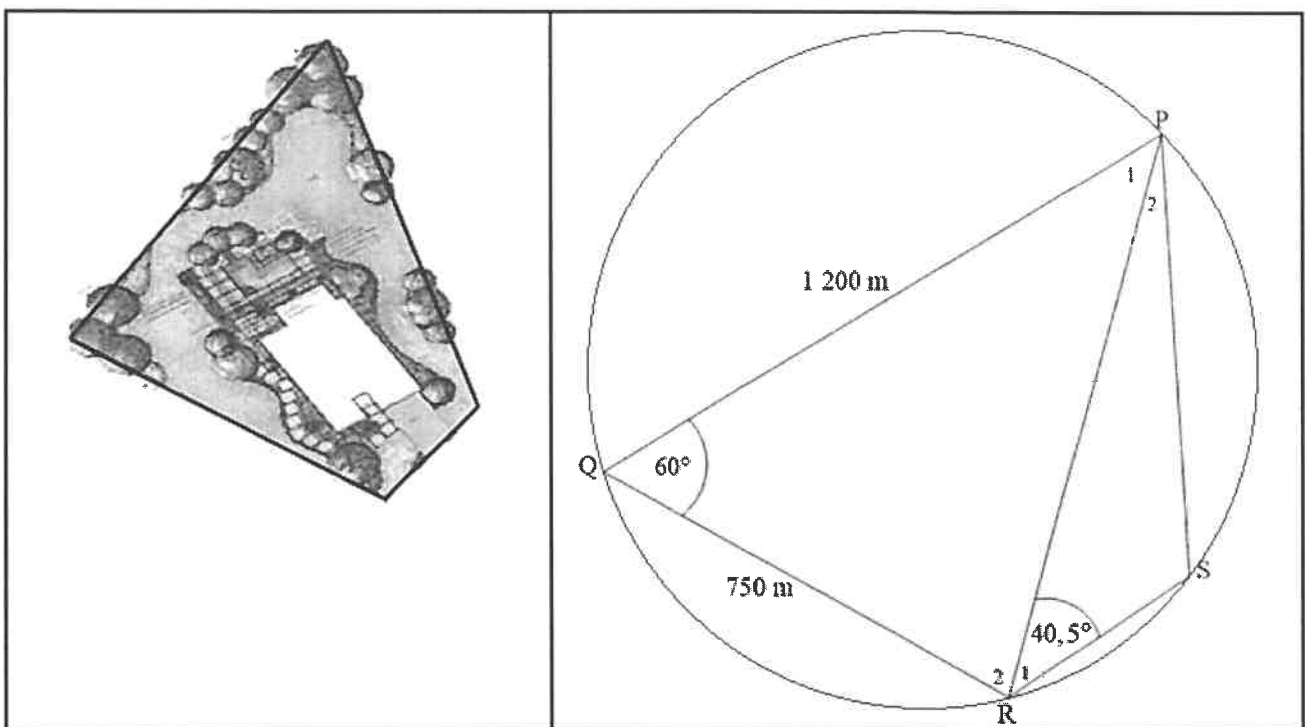
$$PQ = 1\,200 \text{ m}$$

$$QR = 750 \text{ m}$$

$$\hat{Q} = 60^\circ$$

$$\hat{R}_1 = 40,5^\circ$$

P, Q, R en S lê op dieselfde horisontale vlak.



Bepaal:

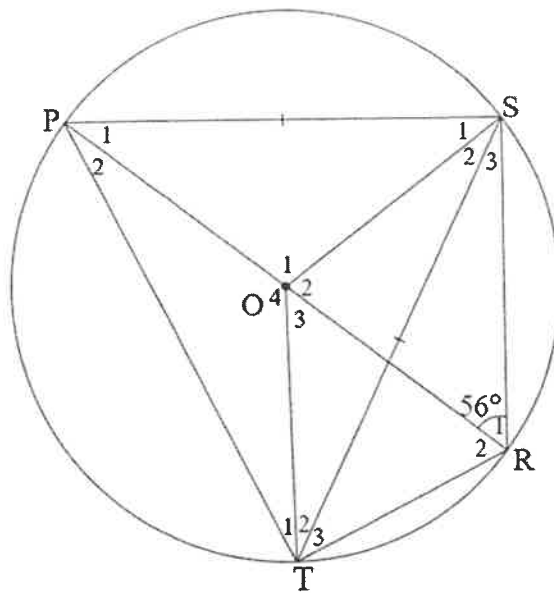
- 6.1 Die lengte van PR (3)
- 6.2 Die grootte van  $\hat{S}$  (1)
- 6.3 Die lengte van PS (3)
- 6.4 Die oppervlakte van  $\Delta QPR$  (3)
- [10]

**VRAAG 7**

7.1 Voltooi die volgende stelling:

Hoeke onderspan deur 'n koord van die sirkel, aan dieselfde kant van die koord ... (1)

7.2 In die diagram hieronder word sirkel PTRS, met middelpunt O, so gegee dat  $PS = TS$ .  
 POR is 'n middellyn, OT en OS is radiusse.  
 $\hat{R}_1 = 56^\circ$



7.2.1 Bepaal, met redes:

(a) Drie ander hoeke wat elk aan  $56^\circ$  gelyk is (5)

(b) Die grootte van  $\hat{P}_1$  (3)

(c) Die grootte van  $\hat{S}_3$  (3)

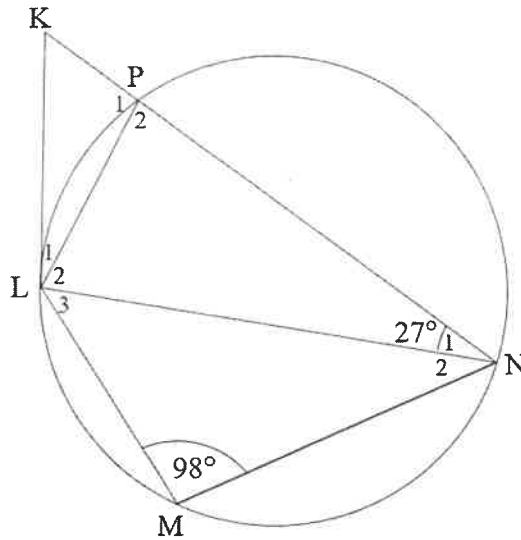
7.2.2 Bewys, met redes, dat OT NIE parallel aan SR is NIE. (3)  
**[15]**



**VRAAG 8**

Die diagram hieronder toon sirkel LMNP met KL 'n raaklyn aan die sirkel by L. LN en NPK is reguitlyne.

$\hat{N}_1 = 27^\circ$  en  $\hat{M} = 98^\circ$



- 8.1 Bepaal, met redes, of lyn LN 'n middellyn is. (2)
- 8.2 Bepaal, met redes, die grootte van:
  - 8.2.1  $\hat{P}_2$  (2)
  - 8.2.2  $\hat{P}_1$  (2)
  - 8.2.3  $\hat{L}_1$  (2)
- 8.3 Bewys, met redes, dat:
  - 8.3.1  $\Delta KLP \parallel \Delta KNL$  (3)
  - 8.3.2  $KL^2 = KN \cdot KP$  (2)
- 8.4 Bepaal vervolgens die lengte van KP indien dit verder gegee word dat  $KL = 6$  eenhede en  $KN = 13$  eenhede. (2)
- 8.5 Bepaal, met redes, of KLMN 'n koordevierhoek is. (3)

[18]

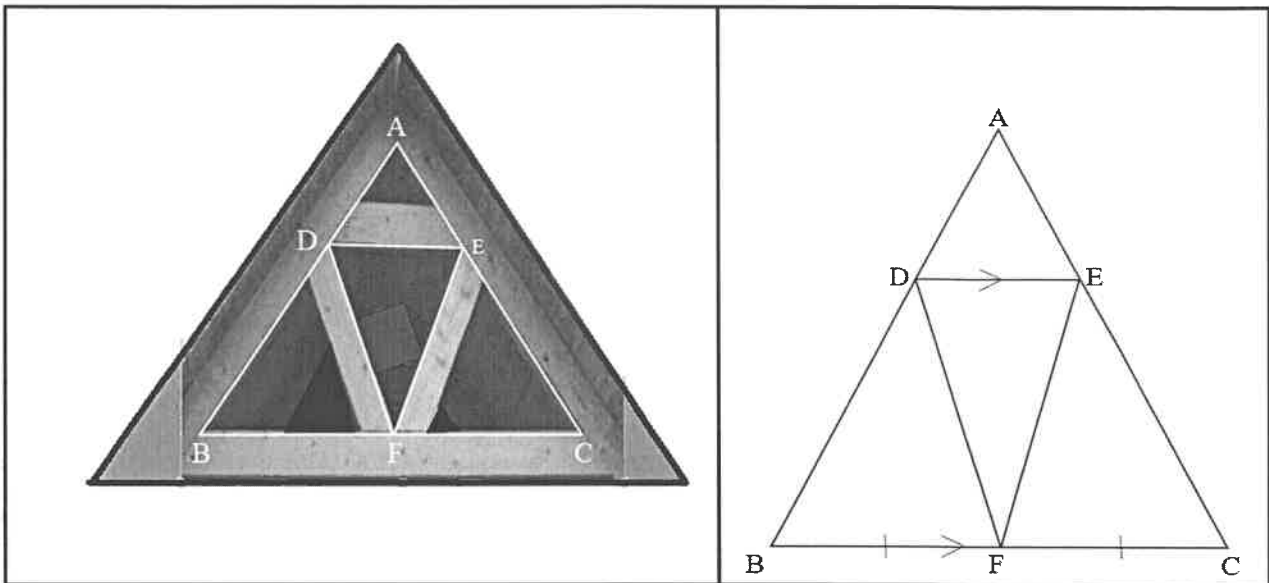
**VRAAG 9**

Die diagram hieronder is 'n prentjie van 'n driehoekige dakkap, soos getoon.

Driehoek ABC het  $AB = AC$ .

$DE \parallel BC$  en F is die middelpunt van BC.

$AE : EC = 1 : 2$  en  $AB = 1,8$  m.



9.1 Bepaal die lengte van:

9.1.1 DB, gee rede(s)

(2)

9.1.2 DF as  $DF = \frac{3}{2} AD$

(2)

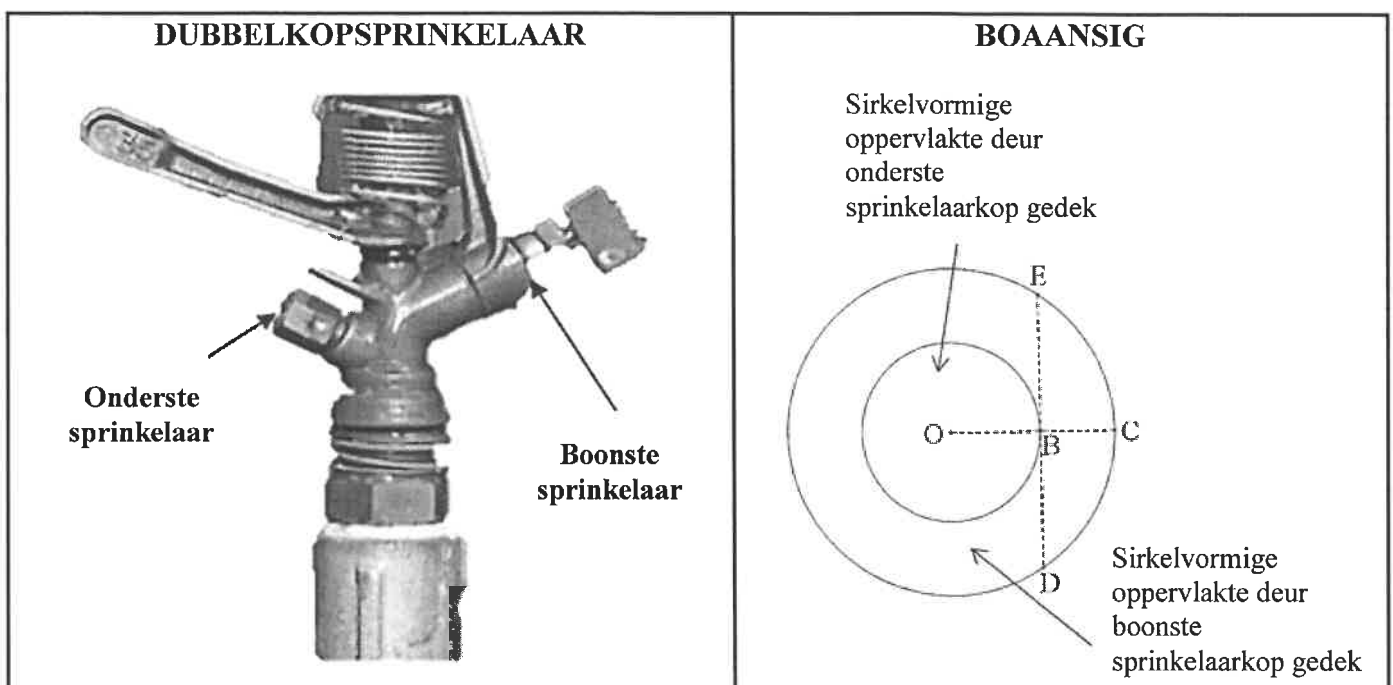
9.2 Bepaal, met redes, of EF parallel aan AB is.

(3)

[7]

**VRAAG 10**

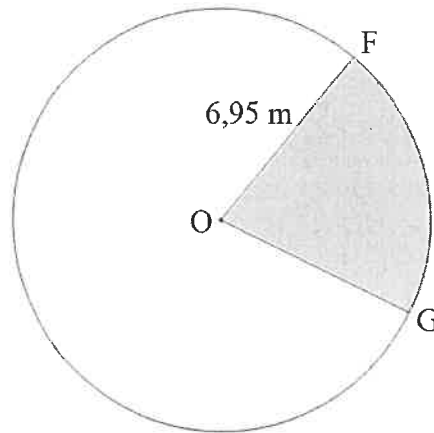
- 10.1 'n Roterende dubbelkopsprinkelaar (soos in die prentjie hieronder getoon) word gebruik om 'n sirkelvormige groentetuin te besproei. Die diagram hieronder toon die sirkelvormige oppervlakte wat deur die sprinkelaarkoppe gedek word. Die boonste sprinkelaarkop dek 'n sirkelvormige oppervlakte met 'n radius van 6,95 m. Die onderste sprinkelaarkop dek 'n sirkelvormige oppervlakte met 'n radius van 4 m. O verteenwoordig die ligging van die roterende sprinkelaar. OC verteenwoordig die radius van die groter sirkelvormige oppervlakte en OB is die radius van die kleiner sirkelvormige oppervlakte. Koord EBD is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by B.



10.1.1 Bepaal:

- (a) Die lengte van BC (1)
- (b) Die lengte van koord ED (4)

- 10.1.2 Die onderste sprinkelaarkop is gestel om slegs 'n gedeelte, wat 20% van die sirkelvormige tuin is, te besproei, soos in die gearseerde gedeelte van die diagram hieronder getoon.



Bereken:

- (a) Die grootte van skerphoek  $\widehat{FOG}$  in radiale (3)
- (b) Die oppervlakte van die gedeelte wat besproei word (3)

- 10.2 'n Ferriswiel (groot wiel) met 'n radius van 10 m roteer teen 18 omwentelinge per uur.



- 10.2.1 Bepaal die rotasiefrekwensie van die roterende wiel in radiale per sekonde. (2)
- 10.2.2 Bereken die omtreksnelheid (in meter per sekonde) van die roterende wiel. (3)
- 10.2.3 Bereken die hoeksnelheid van die roterende stoele (in radiale per sekonde). (3)

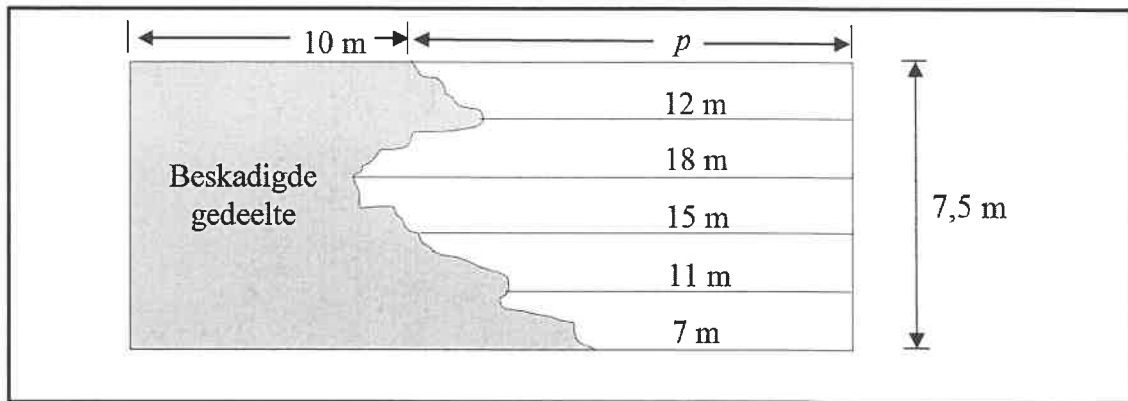
[19]

**VRAAG 11**

11.1 'n Reghoekige mat is deur 'n chemiese stof beskadig. Die diagram hieronder toon die beskadigde, onreëlmatige oppervlak van die mat. Die totale buite-oppervlakte van die reghoekige mat is  $187,5 \text{ m}^2$ .

Die ordinate van die onbeskadigde gedeelte van die mat is:  $p$  ; 12 m ; 18 m ; 15 m ; 11 m en 7 m.

Die breedte van die reghoekige mat is 7,5 m.

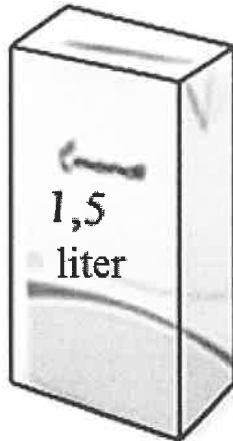
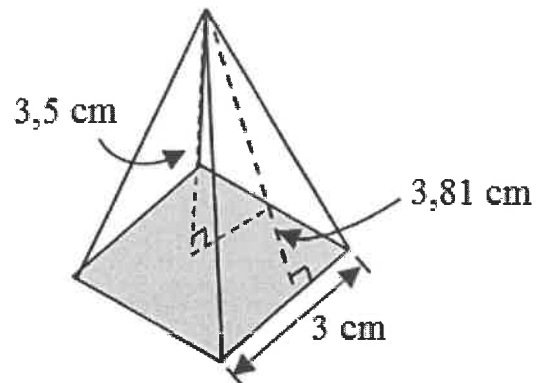


- 11.1.1 Bepaal die lengte van die reghoekige mat. (2)
- 11.1.2 Bepaal die waarde van  $p$ . (1)
- 11.1.3 Dit neem 0,25 uur om  $1 \text{ m}^2$  te herstel. Bereken die minimum tyd nodig om die beskadigde gedeelte te herstel.  
**WENK:** Gebruik die middelordinaatreël. (6)

11.2

'n Reghoekige houer met 'n volume van  $1,5 \ell$  is met vloeistof gevul. Die vloeistof in die reghoekige houer moet in 'n aantal identiese, klein, regte, piramidevormige houers met vierkantige basisse geskink word. Die binne-afmetings van 'n piramide, soos in die diagram hieronder, is soos volg:

- Die loodregte hoogte is  $3,5 \text{ cm}$
- Die lengte van die sye van die vierkantige basis is  $3 \text{ cm}$
- Die skuinshoogte is  $3,81 \text{ cm}$

**HOUER****BINNE-AFMETINGS VAN DIE PIRAMIDEVORMIGE HOUER**

Die volgende formule kan gebruik word:

Volume van 'n reghoekige prisma = lengte  $\times$  breedte  $\times$  hoogte

Volume van 'n regte piramide =  $\frac{1}{3} \times$  (oppervlakte van die basis)  $\times$  hoogte

Totale buite-oppervlakte van 'n

piramide met vierkantige basis =  $4 \times \left[ \frac{1}{2} (\text{sy} \times \text{lengte van basis}) \times (\text{skuinshoogte}) \right] + (\text{sy} \times \text{lengte})^2$

11.2.1 Bepaal die volume van die reghoekige houer in  $\text{cm}^3$  as  $1 \ell = 1\,000 \text{ cm}^3$ . (1)

11.2.2 Bereken die totale buite-oppervlakte van die piramidevormige houer. (3)

11.2.3 Bepaal hoeveel melk (in  $\text{cm}^3$ ) in die laaste piramidevormige houer geskink sal word. (4)  
[17]

**TOTAAL: 150**

## INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \text{cosec}^2 \theta$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van 'n sektor} \quad \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte en}$$

$$\theta = \text{sentrale hoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en}$$

$$x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2} \text{ en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$

**OF**

$$A_T = a \left( \frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } o_i = i^{\text{de}} \text{ ordinaat en}$$

$$n = \text{aantal ordinate}$$