



**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 11**

**NOVEMBER 2022**

**WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n  
inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 20 bladsye.

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat voorsien is.
3. Toon duidelik aan ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
4. Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbare en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld word.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld word.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

Die volgende tabel toon 'n slaappatroon-opname, in ure, van tien graad 11-leerders:

Leerder	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Aantal ure geslaap	7	8	8	5	6	3	4	8	7	10

- 1.1 Bereken die gemiddelde aantal ure wat leerders geslaap het. Gee die antwoord korrek tot TWEE desimale plekke. (1)
- 1.2 Skryf die vyf-getal-opsomming van hierdie data neer. (2)
- 1.3 Teken 'n mond-en-snordigram vir hierdie datastel. (2)
- 1.4 Verwys na jou diagram en lewer kommentaar oor die skeefheid van die data en gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 1.5 Bereken die standaardafwyking vir hierdie data. Gee jou antwoord korrek tot TWEE desimale plekke. (2)
- 1.6 'n Leerder sal beskou word dat hy goed geslaap het, indien sy slaaptyd meer as een standaardafwyking bo die gemiddelde is. Hoeveel leerders het goed geslaap? (2)
- [11]

**VRAAG 2**

Die verskillende ouderdomme van onderwysers by 'n sekere skool in die Oos-Kaap word in die tabel hieronder gegee.

2.1 Voltooi die volgende tabel in jou ANTWOORDEBOEK.

<b>OUDERDOM</b>	<b>FREKWENSIE</b>	<b>KUMULATIEWE FREKWENSIE</b>
$25 < A \leq 30$	2	
$30 < A \leq 35$	8	
$35 < A \leq 40$	4	
$40 < A \leq 45$	5	
$45 < A \leq 50$	11	
$50 < A \leq 55$	19	
$55 < A \leq 60$	20	
$60 < A \leq 65$	6	

(2)

2.2 Teken 'n ogief, op die assestelsel wat in jou ANTWOORDEBOEK voorsien is, om die data in die tabel voor te stel.

(4)

2.3 Gebruik jou grafiek om die geskatte mediaan ouderdom te vind.

(2)

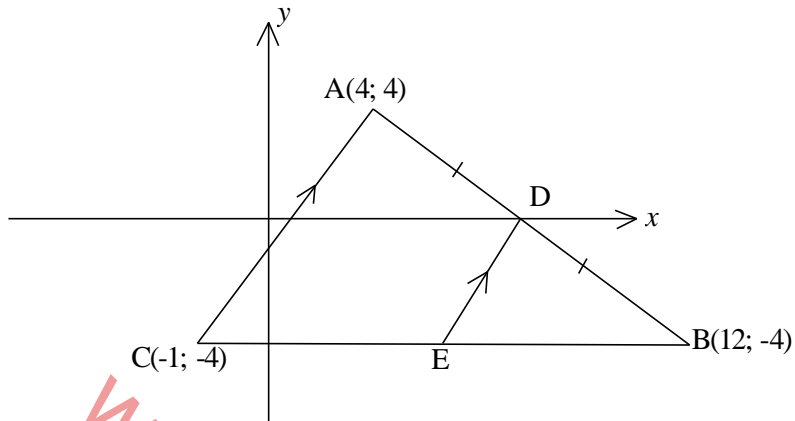
2.4 Die skool wil graag vir al die onderwysers ouer as 57 'n spesiale geskenk gee. Gebruik jou grafiek om 'n skatting vir die persentasie van onderwysers ouer as 57 jaar te vind.

(2)

**[10]**

**VRAAG 3**

In die diagram hieronder, word die koördinate van  $A(4; 4)$ ,  $B(12; -4)$  en  $C(-1; -4)$  gegee.  $AC \parallel DE$  en  $CEB$  is 'n reguitlyn.  $D$  is die middelpunt van  $AB$ .

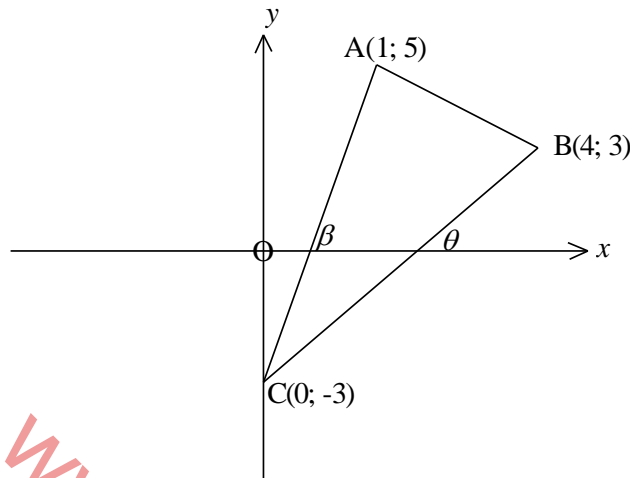


Bepaal:

- 3.1 Die lengte van  $AB$ . Gee jou antwoord korrek tot TWEE desimale plekke. (2)
  - 3.2 Die koördinate van  $D$ , die middelpunt van  $AB$  (2)
  - 3.3 Die vergelyking van lyn  $DE$  (4)
  - 3.4 Die koördinate van  $E$  (3)
- [11]

**VRAAG 4**

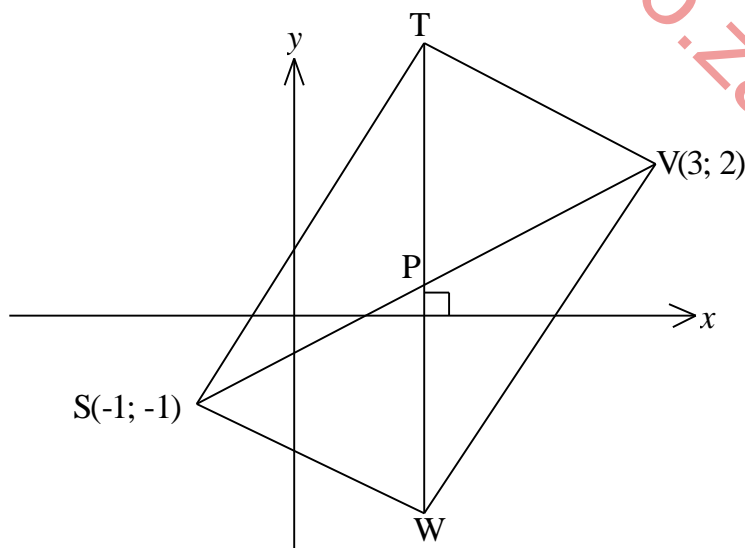
$A(1; 5)$ ,  $B(4; 3)$  and  $C(0; -3)$  is hoekpunte van die driehoek hieronder gegee.



- 4.1 Bepaal, deur enige metode te gebruik, die koördinate van D as ABCD 'n parallelogram is. (2)
- 4.2 Indien die afstand tussen C en  $F(8; p)$ , 12 eenhede is, bepaal die waarde(s) van  $p$  (tot die naaste heelgetal). (5)
- 4.3 Bepaal die grootte van  $\widehat{ACB}$ . (5)
- [12]

**VRAAG 5**

In die diagram hieronder is die hoeklyne van STVW gelyk in lengte en halveer mekaar by P. Bereken die koördinate van T en W.



(6)

**VRAAG 6**

6.1 As  $-3 \sin \beta - 2 = 0$  en  $\beta \in [0^\circ; 270^\circ]$ , gebruik 'n skets in die korrekte kwadrant om die waarde van:  $1 + \tan^2 \beta$  sonder die gebruik van 'n sakrekenaar te bepaal. (5)

6.2 As  $\cos 75^\circ = m$ , druk elk van die volgende in terme van  $m$  uit.  
Toon al jou bewerkings:

6.2.1  $\cos^2 105^\circ$  (2)

6.2.2  $\sin 15^\circ$  (2)

6.2.3  $\tan 15^\circ$  (2)

6.3 Gegee die uitdrukking:

$$\frac{\cos(180^\circ - k) \cdot \sin(k - 90^\circ) - 1}{\tan^2(540^\circ + k) \cdot \sin(90^\circ + k) \cdot \cos(-k)}$$

6.3.1 Vereenvoudig die uitdrukking. (7)

6.3.2 Bepaal die waardes van  $k \in [0^\circ; 360^\circ]$  waarvoor die uitdrukking ongedefinieerd is. (6)

6.4 Bewys dat:

$$\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{4 \tan \theta}{\cos \theta} \quad (5)$$

6.5 Bepaal die algemene oplossing van:

$$6 \sin^2 \theta + \cos \theta = 4 \quad (7)$$

6.6 As  $p = \tan A + \sin A$  en  $q = \tan A - \sin A$ , bewys dat:

$$pq = \tan^2 A \cdot \sin^2 A \quad (5)$$

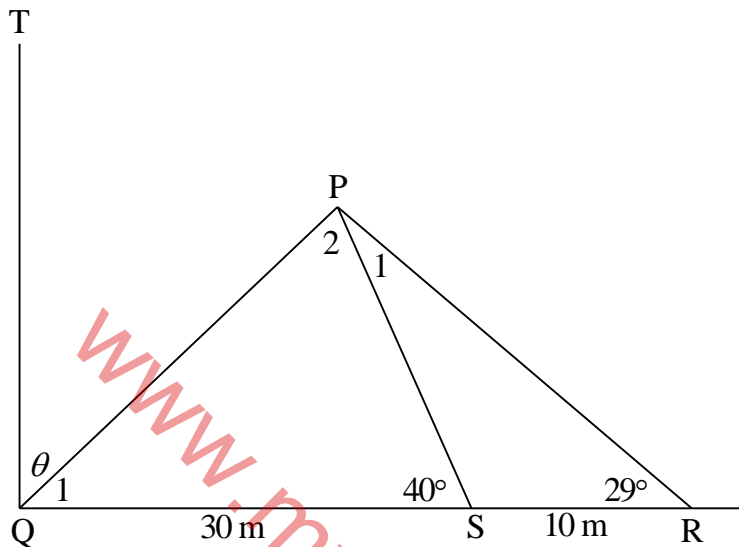
**[41]**

**VRAAG 7**

Bestudeer die diagram hieronder en beantwoord dan die vrae wat volg.

$\widehat{TQR} = 90^\circ$ ,  $\widehat{QSP} = 40^\circ$ ,  $\widehat{SRP} = 29^\circ$ ,  $QS = 30$  m en  $SR = 10$  m.

Dit is ook gegee dat  $\widehat{TQP} = \theta$ .

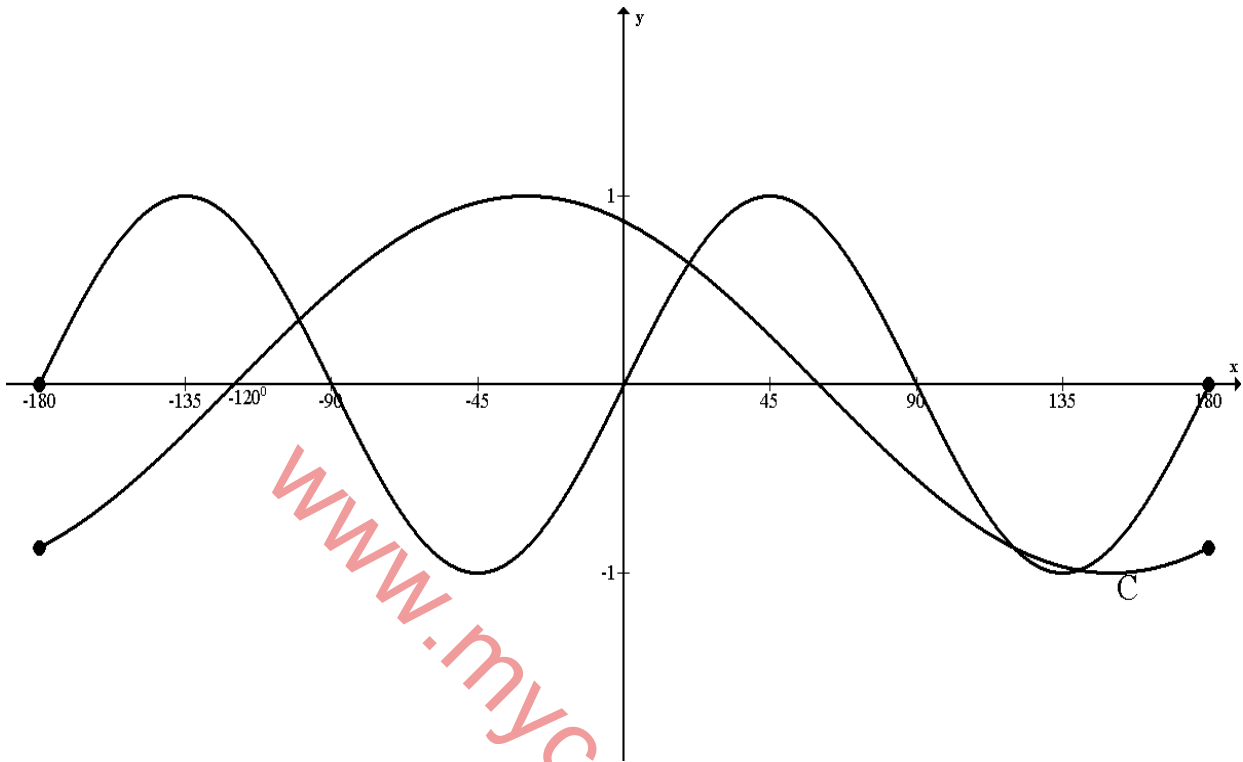


- 7.1 Gee 'n rede waarom  $\widehat{P}_1 = 11^\circ$ . (1)
- 7.2 Bereken die lengte van PS. (3)
- 7.3 Bepaal die waarde van  $\theta$ , korrek tot die naaste grade. (5)
- [9]**



**VRAAG 8**

Die sketsgrafieke van  $f(x) = \sin ax$  en  $g(x) = \cos(x - b)$  is hieronder gegee.

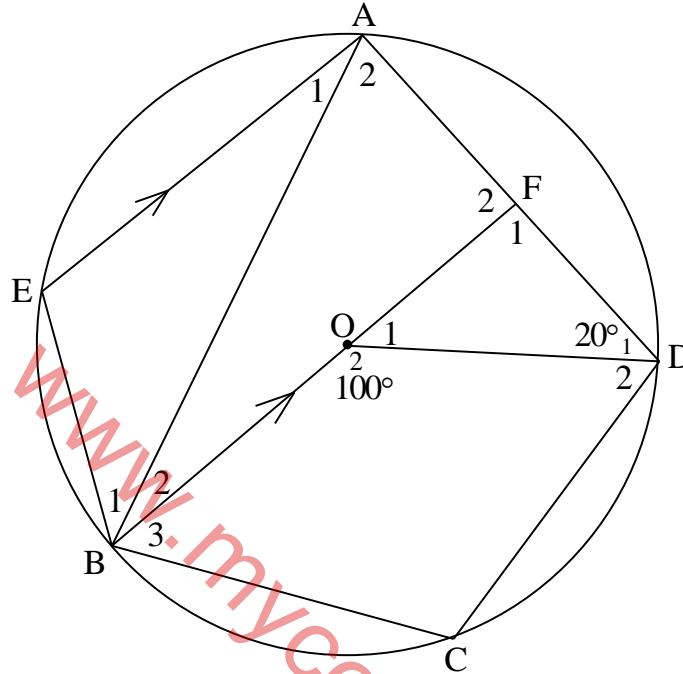


- 8.1 Bepaal die waardes van  $a$  en  $b$ . (2)
- 8.2 Bepaal die koördinate van C, 'n draaipunt op  $g(x)$ . (2)
- 8.3 Vir watter waardes van  $x$ , waar  $x < 0$ , is  $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ ? (3)
- 8.4 Bepaal die vergelyking van  $f(x)$  as die  $y$ -as  $30^\circ$  na links beweeg word. (1)

**[8]**

**VRAAG 9**

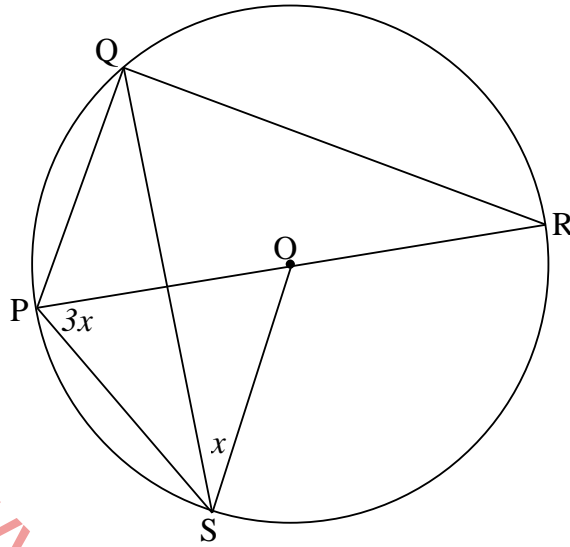
9.1 In diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel AEBCD, met lyn BOF  $\parallel$  EA.  
 F lê op AD,  $\widehat{BOD} = 100^\circ$  en  $\widehat{D}_1 = 20^\circ$ . Die groottes van sommige hoeke word in die tabel hieronder gegee. Verskaf, in elke geval, 'n geldige rede.



	STELLING	REDE
9.1.1	$\widehat{A}_2 = 50^\circ$	
9.1.2	$\widehat{O}_1 = 80^\circ$	
9.1.3	$\widehat{F}_1 = 80^\circ$	
9.1.4	$\widehat{A}_1 = 30^\circ$	
9.1.5	$\widehat{B}_2 = 30^\circ$	

(5)

- 9.2 P, Q en R is punte op die omtrek van die sirkel met middelpunt O. PR is die middellyn van die sirkel.  $\widehat{QSO} = x$  en  $\widehat{OPS} = 3x$ .



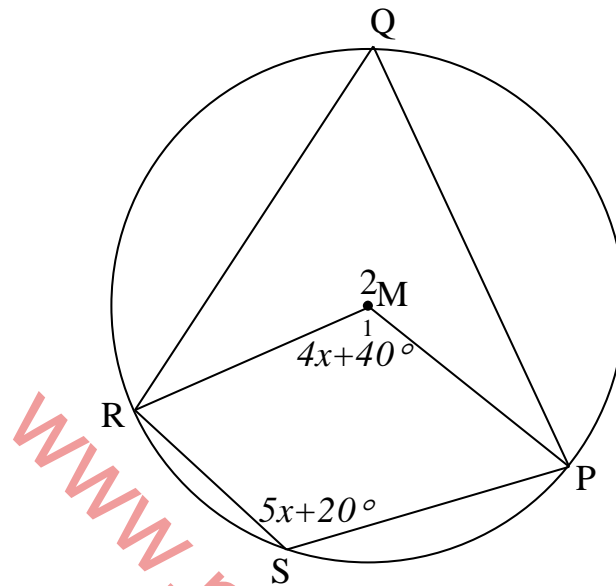
Druk elk van die volgende in terme van  $x$  uit, en gee 'n rede vir jou antwoord.

- 9.2.1  $\widehat{SQR}$  (2)
- 9.2.2  $\widehat{PQS}$  (3)
- 9.2.3  $\widehat{PSQ}$  (3)
- 9.2.4  $\widehat{PRQ}$  (2)
- 9.2.5  $\widehat{QPR}$  (2)

[17]

## VRAAG 10

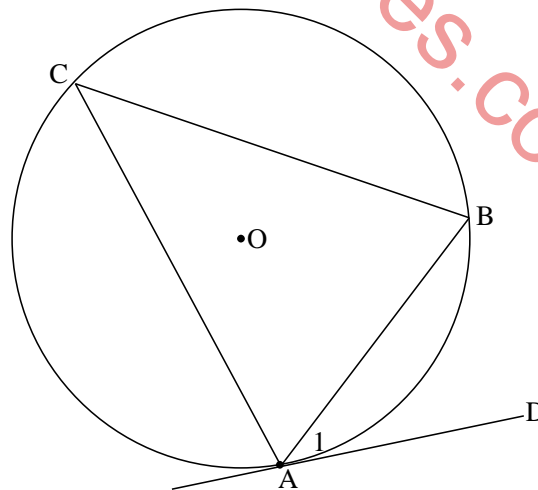
- 10.1 In die figuur is P, Q, R en S punte op die omtrek van sirkel met middelpunt M. Dit word gegee dat  $\widehat{M}_1 = 4x + 40^\circ$  en  $\widehat{S} = 5x + 20^\circ$ .



Bereken, met redes, die grootte van  $\widehat{Q}$ .

(5)

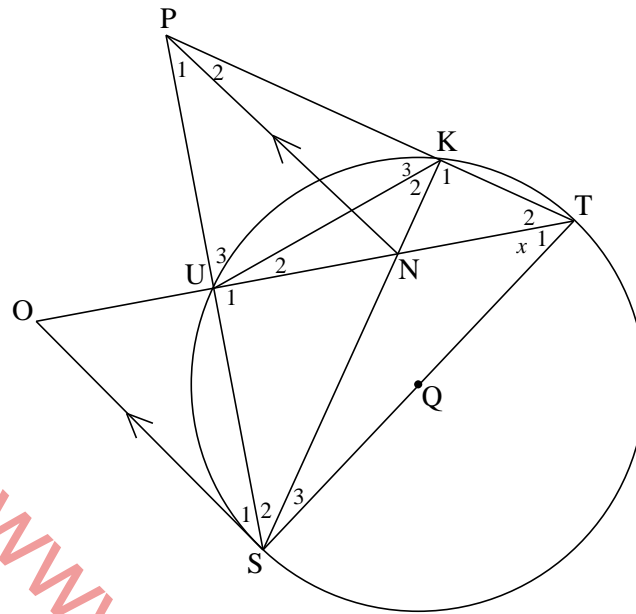
- 10.2 In die diagram hieronder gaan die sirkel met middelpunt deur punte A, B en C. AD is 'n raaklyn aan die sirkel by A.



Gebruik die diagram om die stelling te bewys wat meld dat  $\widehat{A}_1 = \widehat{C}$ .

(6)

- 10.3 Verwys na die diagram hieronder. ST is 'n middellyn van die sirkel. OS  $\parallel$  PN, TO halveer  $\widehat{STP}$ . Laat  $\widehat{T}_1 = x$ .



- 10.3.1 Bewys dat PUNK 'n koordevierhoek is. (5)
- 10.3.2 Bewys dat SO 'n raaklyn aan sirkel KUST is. (6)
- 10.3.3 Bewys dat POST 'n koordevierhoek is. (3)

[25]

**TOTAAL: 150**

## INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x \left[ (1 + i)^n - 1 \right]}{i}$$

$$P = \frac{x \left[ 1 - (1 + i)^{-n} \right]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M \left( \frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In  $\triangle ABC$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$