Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2023

TEGNIESE WISKUNDE V2

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 16 bladsye, insluitend ŉ 2-bladsy inligtingsblad en ŉ antwoordeboek van 25 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Toon ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.

5. Jy mag ’n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond jou antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

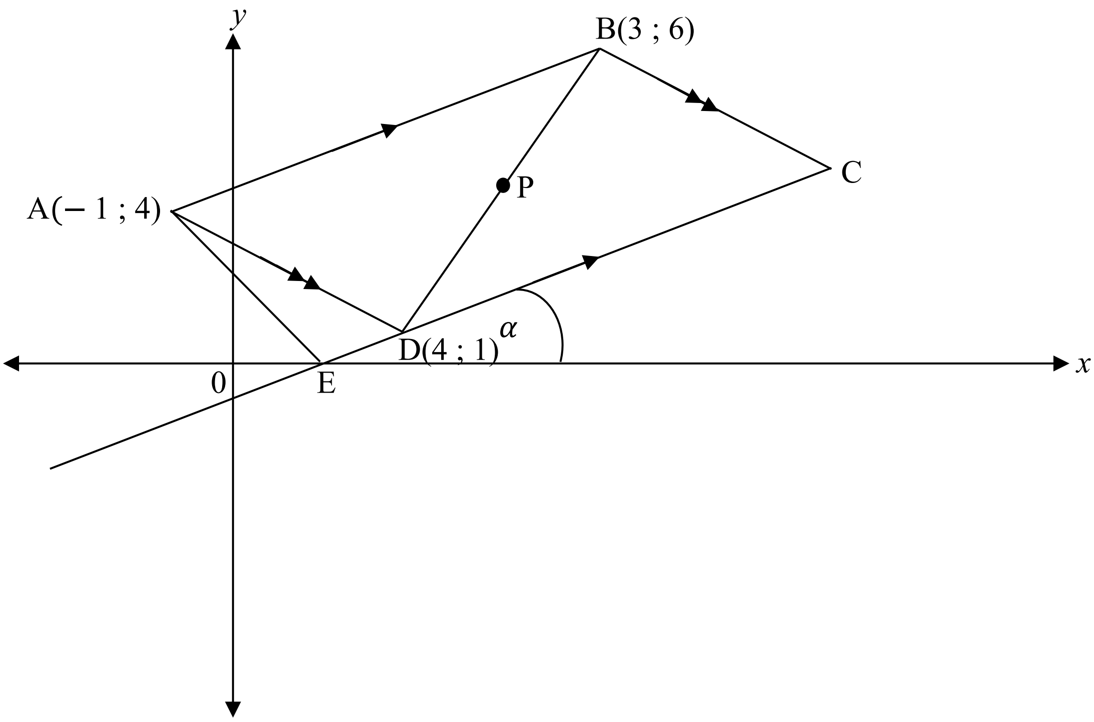
7. Diagramme word NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. ’n Inligtingsblad met formules word aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die diagram hieronder is ABCD 'n parallelogram met hoekpunte A(−1; 4), B(3; 6), C en D(4 ; 1), waar E die x-afsnit van die verlengde lyn CD is en α die inklinasiehoek van lyn CD is.



Bepaal:

1.1 Die gradiënt van AB (2)

1.2 Die koördinate van P, die middelpunt van BD (2)

1.3 Die vergelyking van CD (3)

1.4 Die koördinate van E, as E die x-afsnit van die verlengde lyn CD is (2)

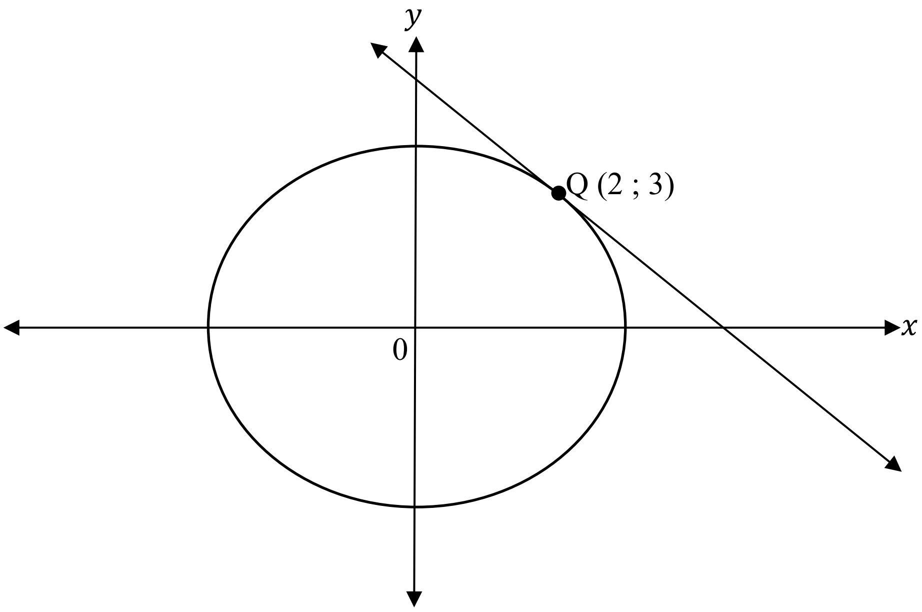
1.5 Die inklinasiehoek van lyn AE (4)

1.6 Die grootte van $A\hat{E}D$ (4)

[17]

VRAAG 2

2.1 Die diagram hieronder toon 'n sirkel met vergelyking $x^2 + y^2 = 13$ en 'n raaklyn wat by punt Q(2; 3) raak.



2.1.1 Bepaal die gradiënt van OQ. (2)

2.1.2 Vervolgens, of andersins, bepaal die vergelyking van die raaklyn in die vorm $y = \ldots$ (3)

2.2 Gegee:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Skets die gegewe grafiek in jou SPESIALE ANTWOORDEBOEK, toon alle afsnitte met die asse duidelik aandui. (3)

[8]

VRAAG 3

3.1 Gegee: P = 128,2° en S = 204,7°

Bepaal die volgende:

3.1.1 $\cos(\mathrm{P} + \mathrm{S})$ (2)

3.1.2 $\operatorname{cosec}(\mathrm{S} - \mathrm{P})$ (3)

3.2 As $\cos 75° = k$, druk die volgende uit in terme van k .

3.2.1 $\sin 15°$ (3)

3.2.2 $\tan 255°$ (3)

3.3 Los op vir θ, rond tot EEN desimale syfer af, as $\theta \in (90° ; 180°)$:

$\sec\theta = -1{,}583$ (4)

[15]

VRAAG 4

4.1 Vereenvoudig:

$$\text{cosec}^2(180° + \theta) + \frac{\sin(180° - \theta)\,.\cot^2(180° + \theta)\,.\sin 270°}{\cos(360° - \theta).\tan\,(180° + \theta)}$$

(9)

4.2 Bewys dat:

$$\frac{1}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)} = \sec^2\theta$$

(2)

[11]

VRAAG 5

Gegee $f(x) = \tan x$ en $g(x) = \sin x - 1$; $x \in (0°; 360°)$

5.1 Op dieselfde assestelsel, gegee in jou SPESIALE ANTWOORDEBOEK, teken die grafieke van $f(x) = \tan x$ en $g(x) = \sin x - 1$. Toon duidelik die afsnitte met die asse, draaipunte en asimptote aan. (7)

5.2 Skryf die waardeversameling van g neer. (2)

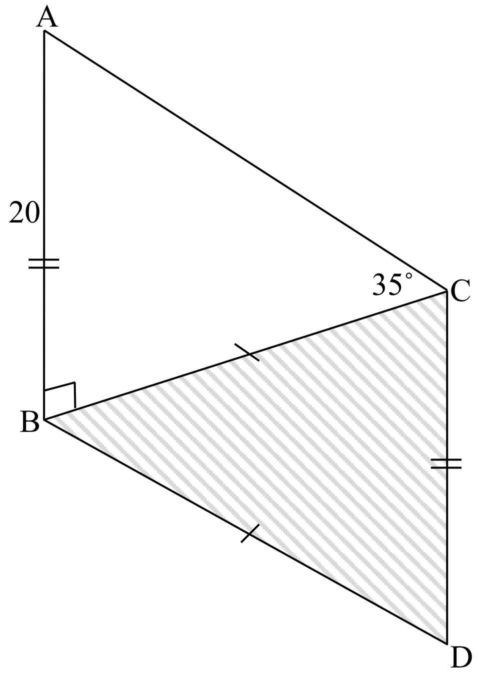
5.3 Meld die periode van f. (1)

5.4 Gebruik jou grafieke om aan te dui vir watter waardes van $x \in (90°; 270°)$, dat $f(x).g(x) < 0$. (2)

[12]

VRAAG 6

AB is ʼn toring, geanker by punt C, wat ʼn hoogtehoek van 35° vorm.
B, C en D is in dieselfde horisontale vlak.
AB = CD = 20 eenhede en BC = BD.



6.1 Bepaal die lengte BC. (3)

6.2 Bepaal die grootte van $C\hat{B}D$, afgerond tot die naaste graad. (4)

6.3 Bepaal die oppervlakte van die gelykbenige Δ BCD. (3)
[10]

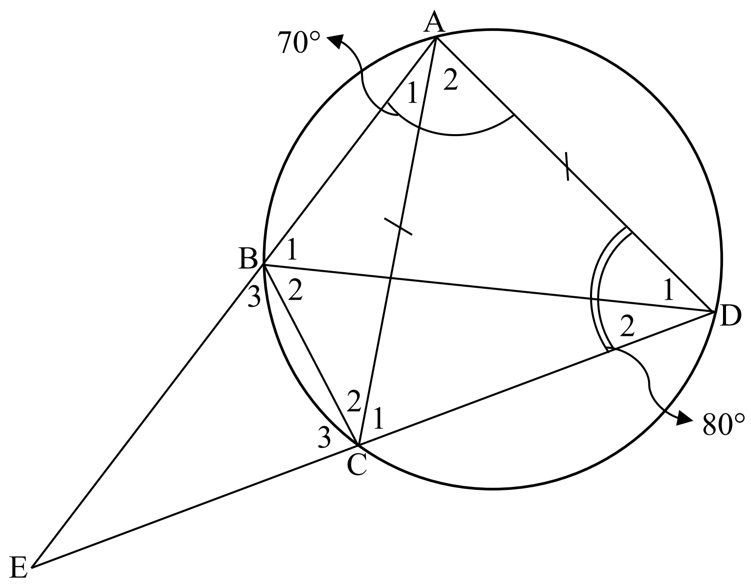
Gee redes vir jou bewerings in VRAE 7, 8 en 9.

VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

"Die buitehoek van 'n koordevierhoek is ... aan die teenoorstaande binnehoek." (1)

7.2 ABCD is 'n koordevierhoek met AD = AC en $A\hat{D}C = 80°$. AB en DC word verleng om in E te ontmoet.



7.2.1 Noem, met redes, drie ander hoeke gelyk aan 80°. (6)

7.2.2 As dit gegee word dat $B\hat{A}D = 70°$, bereken met redes, die groottes van:

(a) $\hat{C}_3$ (2)

(b) $\hat{E}$ (2)

(c) $\hat{D}_1$ (3)

7.2.3 Bewys dat AD 'n raaklyn aan die sirkel DBE is by D. (2)

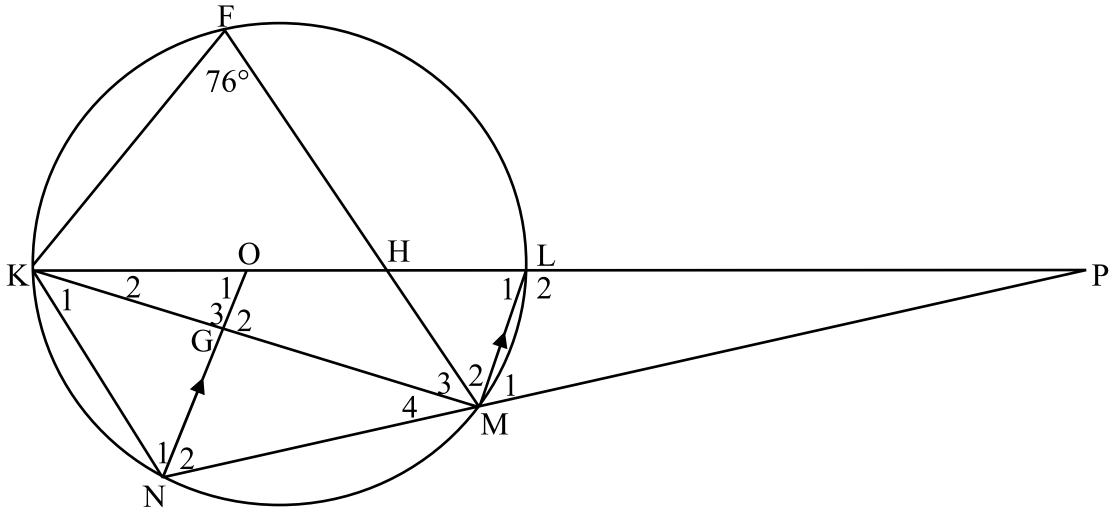
[16]

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

"Die hoek wat deur 'n boog in die middel van 'n sirkel onderspan word, is ... die grootte van die hoek wat deur dieselfde boog by die omtrek van die sirkel onderspan word." (1)

8.2 O is die middelpunt van die sirkel en middellyn KL word verleng om NM verleng te ontmoet in P.
ON || LM en $\hat{F} = 76°$.



Bereken die volgende, met redes:

8.2.1 $\hat{L}_1$ (2)

8.2.2 $\hat{O}_1$ (2)

8.2.3 $\hat{M}_4$ (2)

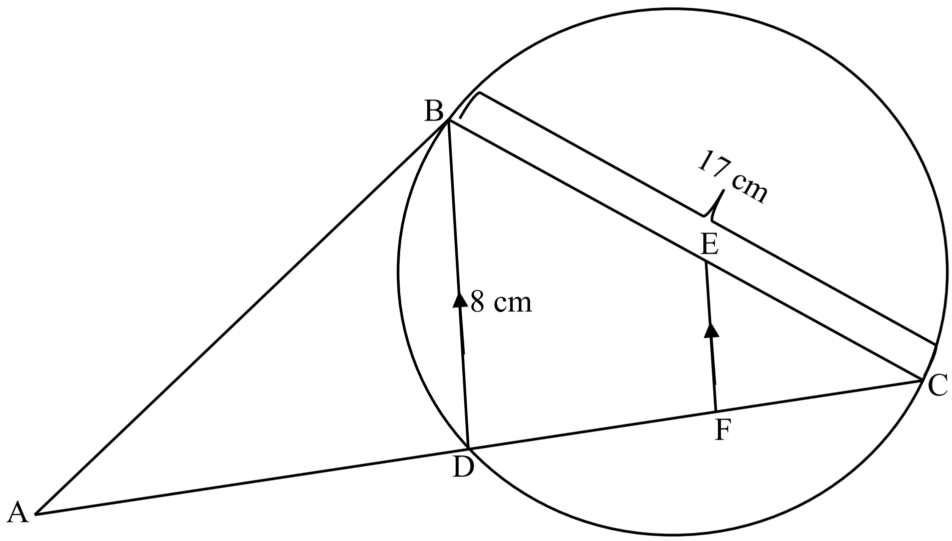
8.2.4 $\hat{N}_1 + \hat{N}_2$ (2)
[9]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die volgende stelling:

"'n Lyn wat ewewydig aan een sy van 'n driehoek getrek word ... die ander twee sye eweredig.*"* (1)

9.2 In die diagram, BC = 17 cm, waar BC 'n middellyn van die sirkel is. Die lengte van die koord BD is 8 cm. Die raaklyn by B ontmoet CD verleng in A.



9.2.1 Bereken, met redes, die lengte van DC. (4)

9.2.2 E is 'n punt op BC, sodat BE : EC = 3 : 1. EF is ewewydig aan BD met F op DC.

(a) Bereken, met redes, die lengte van CF. (4)

(b) Bewys dat ΔBAC ||| ΔFEC. (5)

(c) Bepaal die lengte van AD. (4)

[18]

VRAAG 10

10.1 ’n Trein wat op ’n sirkelbaan met ’n middellyn van 14 6425 km beweeg, neem 50 minute om een omwenteling te voltooi.

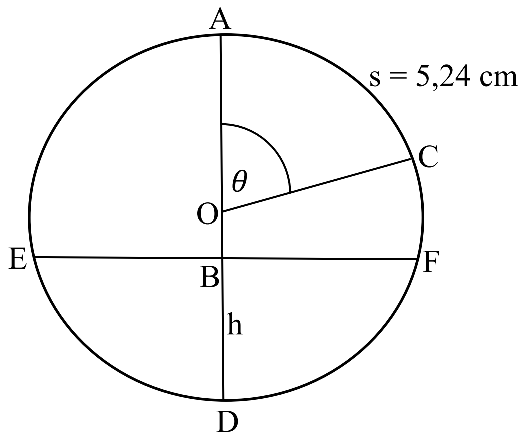
10.1.1 Bepaal die rotasiefrekwensie per minuut. (1)

10.1.2 Herlei die lengte van die middellyn na meter. (1)

10.1.3 Vervolgens, bereken die omtreksnelheid van die trein in meter per min. (3)

10.2 ’n Wiel roteer teen 15 omwentelinge per sekonde. Bereken die hoeksnelheid van die wiel in radiale per minuut. (4)

10.3 Die sirkel hieronder met middel O, het ’n koord EF van lengte 80 mm en middellyn AD is gelyk aan 10 cm. Boog AC onderspan ’n sentrale hoek θ.



10.3.1 Bereken die hoogte van die klein segment, h (BD), in cm. (5)

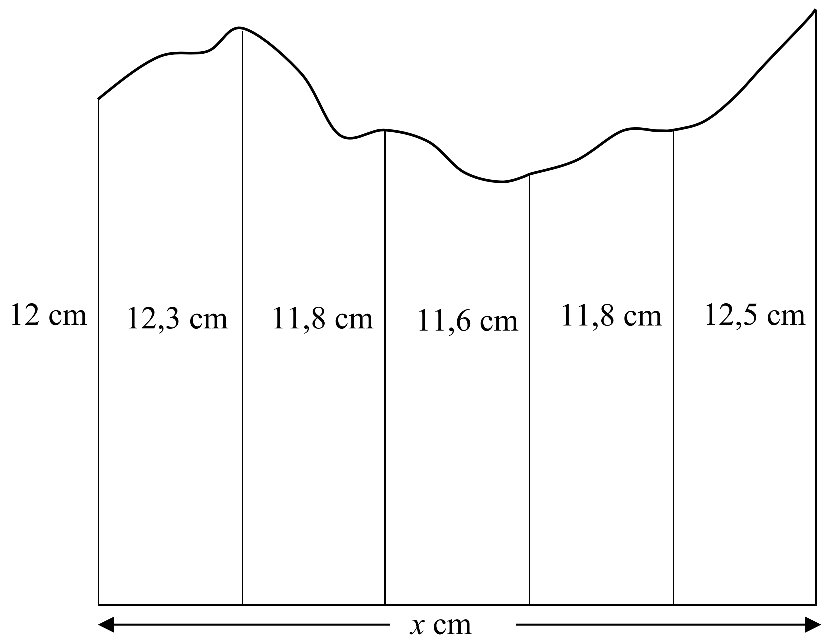
10.3.2 As die booglengte, AC, van die sirkel 5,24 cm is, bereken die sentrale hoek, θ, tot die naaste graad. (4)

10.3.3 Vervolgens, bepaal die oppervlakte van die klein sektor AOC van die sirkel. (3)

[21]

VRAAG 11

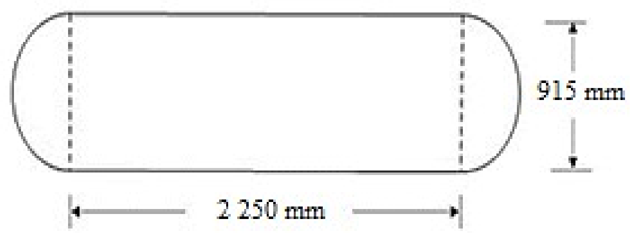
11.1 Die onreëlmatige vorm, met oppervlakte 149,38 cm^2, hieronder het ʼn reguit sy van lengte x cm en is in 5 gelyke dele verdeel. Die ordinate wat die dele verdeel, is: onderskeidelik 12 cm, 12,3 cm, 11,8 cm, 11,6 cm, 11,8 cm en 12,5 cm.



Bepaal die waarde van x, die lengte van die sy van die onreëlmatige vorm. (4)

11.2 Die foto hieronder is van ŉ vloeibare petroleumgas (VPG) opgaartenk.
Die diagram langsaan toon die deursnee van die tenk as 915 mm.
Die middelste deel van die tenk is van ŉ silinder met twee identiese hemisfere aan elke kant gemaak.
Die hoogte van die silindriese tenk is 2 250 mm.
Die tenk is met propaangas gevul.
Daar word verder gegee dat:

- 1 m = 100 cm
- 1 liter = 1 000 cm^3
- 1 kg = 1,96 liter propaangas
- 1 ton = 1 000 kg
- Volume van ŉ silinder = $\pi r^2 h$
- Volume van ŉ hemisfeer = $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3$



11.2.1 Skakel die metings in die diagram na sentimeter om. (1)

11.2.2 Vervolgens, bepaal die volume, in liter, van die propaangas in die opgaartenk. (4)

11.2.3 Die totale gewig van die opgaartenk is 0,5 ton.
Die tarra gewig van die tenk is die gewig van die leë tenk.
Bereken watter persentasie die tarra gewig van die opgaartenk is. (4)

[13]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \;\; a > 0, a \neq 1$ en $b > 0$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n \qquad i_{eff} = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^m - 1$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = tan\theta \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$, $n, k \in \mathbb{R}$ met $n \neq -1$ and $k \neq 0$

$\int \frac{k}{x} dx = k \ln(x) + C, x > 0$ en $k \in \mathbb{R}; k \neq 0$

$\int ka^{nx} dx = \frac{ka^{nx}}{nlna} + C, a > 0; a \neq 1$ *en* $k, a \in \mathbb{R}; k \neq 0$

$\pi rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n = 360°n$ waar $n =$ rotasie frekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi D n$ waar $D =$ middellyn en $n =$ rotasie frekwensie

Omtreksnelheid $= v = \omega r$ waar $\omega =$ hoeksnelheid en $r =$ radius

Booglengte $= s = r\theta$ waar = radius en $\theta =$ Sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar $h =$ hoogte van segment, $d =$ middellyn van sirkel en $x =$ lengte van koord

Oppervlakte van 'n sektor $= \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2}$ waar $r =$ radius, $s =$ booglengte en $\theta =$ Sentrale hoek in radiale

In ΔABC:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A \qquad Area = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad \cot^2\theta + 1 = cosec^2\theta$$

$A_T = a\left(\frac{O_1 + O_n}{2} + O_2 + O_3 + O_4 + \ldots + O_{n-1}\right)$ waar $a =$ wydte van gelyke dele, $O_i = i^{de}$ ordinaat en $n =$ aantal ordinate

OF

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_{n-1})$ waar $a =$ wydte van gelyke dele $m_i = \frac{O_i + O_{i+1}}{2}$ en $n =$ aantal ordinate; $i = 1;2;3; \ldots;n-1$